N° d'ordre 2181

THÈSE

PRÉSENTÉE À L'UNIVERSITÉ DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

PAR

Patrick JUNCAR

LABORATOIRE AIMÉ COTTON
C. N. R. S.

POUR OBTENIR

le titre de DOCTEUR de troisième cycle

SPECIALITE
Physique Atomique et Moléculaire

Etude d'une méthode de mesure instantanée du nombre d'onde d'une lumière monochromatique accordable. Application au pilotage d'un laser à colorant monomode.

SOUTENUE LE 30.11.1976 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

M. P. JACQUINOT : Président

MM. P. GIACOMO
J.-C. LEHMANN
P. BOUCHAREINE
J. PINARD
} Examinateurs

N° d'ordre

THÈSE

PRÉSENTÉE À L'UNIVERSITÉ DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

PAR

Patrick JUNCAR

LABORATOIRE AIMÉ COTTON

C. N. R. S.

POUR OBTENIR

le titre de DOCTEUR de troisième cycle

SPECIALITE

Physique Atomique et Moléculaire

Etude d'une méthode de mesure instantanée du nombre d'onde d'une lumière monochromatique accordable. Application au pilotage d'un laser à colorant monomode.

SOUTENUE LE 30.11.1976 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

M. P. JACQUINOT : Président

MM. P. GIACOMO
J.-C. LEHMANN
P. BOUCHAREINE
J. PINARD
} Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I - PRINCIPE DU SIGMAMETRE 6

I - L'instrument 6

II - Traitement des signaux 7

III - Mesure 7

CHAPITRE II - DESCRIPTION DES APPAREILS 10

I - Première méthode : couche déphasante 10

1) Principe 10

2) L'appareil 11

3) Système de détection 14

4) Traitement électronique 14

5) Inconvénients de cette première méthode 16

a) Dépendance de $\Delta\varphi$ en fonction de λ 16

b) Réglages optiques 17

II - Deuxième méthode : prisme à réflexion totale 18

1) Principe 18

2) L'appareil 21

3) Système de détection 22

4) Conclusion 22

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548102_0036

CHAPITRE III - REFERENCE DE STABILISATION 24

I - Introduction 24

II - Système Electronique d'Asservissement 25

1) Signal d'erreur ε 25

a) Signaux sin et cos 26

b) Opérations 26

c) Remarque 27

2) Balayage digital de $\varphi = 2\pi\sigma\delta$ 28

a) Signaux de modulation et de référence 28

b) Filtrage 29

c) Balayage 29

3) Commandes du balayage 30

a) Possibilités de commande 30

b) Cadences 30

c) Différentes valeurs des pas 30

d) Compteur de pas 31

e) Tops pour enregistreur 31

III - Autres Applications 32

1) Cas de deux lasers asservis 32

2) Mesure de $\varphi = 2\pi\sigma\delta$ 34

CHAPITRE IV - PRECISION DE LA METHODE ; CALCULS D'ERREURS..... 36

I - Introduction 36

II - Erreur entraînant des inexactitudes dans le balayage digital de la phase $\varphi = 2\pi\sigma\delta$ 38

1) Décentrage 38

a) Source d'erreur 38

b) Calcul d'erreur 39

c) Remarque 40

2) Ellipticité 41

a) Sources d'erreur 41

α) Electronique 41

β) Optique 42

b) Calcul d'erreur 43

3) Traitement électronique défectueux 47

4) Méthode de réglage 49

a) Introduction 49

b) Centrage 49

c) Ellipticité 50

d) Gain sin et cos 50

e) Remarque et Conclusion 50

III - Erreurs limitant la précision des mesures absolues de nombres d'ondes 51

1) Introduction 51

2) Faisceaux gaussiens 53

3) Ecarts angulaires 57

4) Achromaticité 58

a) Compensation des épaisseurs de verre 58

b) Influence de la pression atmosphérique 59

c) Déphasage lors de la réflexion totale 59

5) Différence de marche 61

6) Réglages Optiques et Electroniques 62

IV - Conclusion 63

CHAPITRE V - MESURE ABSOLUE ; EXCEDENTS FRACTIONNAIRES 64

I - Introduction 64

II - Méthode des excédents fractionnaires 65

1) Introduction 65

2) Mesure des différences de marche 66

a) Mesure d'une seule différence de marche 67

b) Mesure de plusieurs différences de marche.. 69

α) Introduction 69

β) Calcul 71

3) Mesure des nombres d'ondes 72

III - Mesure directe 75

CONCLUSION 77

APPENDICE I - Calcul de l'intensité d'un faisceau gaussien à la sortie d'un interféromètre de différence de marche δ 79

APPENDICE II - Excédents fractionnaires : programmes de calcul 84

1) Calcul d'une différence de marche 85

2) Mesure des longueurs d'ondes 87

REFERENCES 88

ANNEXE I - A new method for frequency calibration and control of a laser 90

INTRODUCTION

Avec les récents développements des lasers à longueur d'onde variable il est possible d'obtenir des lasers oscillant en mode unique et continûment accordables dans un domaine spectral relativement grand. A l'heure actuelle, la fréquence des lasers à colorant utilisés en spectroscopie atomique à très haute résolution (spectroscopie sans effet Doppler) peut être balayable continûment dans un domaine spectral dépassant les 20 GHz [1], [2], [3].

Depuis l'utilisation de ces lasers (continus ou à impulsions) le problème de la mesure du nombre d'ondes, avec une grande précision, s'est posé de nombreuses fois, qu'il s'agisse de centrer la fréquence de rayonnement sur celle d'une transition atomique ou de mesurer avec précision cette fréquence (notons que la largeur spectrale typique d'un laser monomode continu et accordable est de l'ordre du MHz).

Rappelons les méthodes les plus couramment utilisées pour effectuer de telles mesures de nombres d'ondes (ou de longueur d'onde) :

1) Les spectromètres à réseaux, dont la résolution atteint couramment 10^5 , permettent, après un étalonnage, de donner des mesures absolues de longueurs d'ondes au dixième d'Angström près.

2) Les interféromètres de Fabry-Pérot qui, eux, permettent d'obtenir une très grande précision dans la mesure d'écart entre deux fréquences voisines mais ne peuvent donner une mesure de fréquence (intervalle spectral libre très limité).

3) L'utilisation de l'interféromètre de Michelson à miroir mobile et de la méthode de comptage de franges a donné lieu à un appareil commercial [4] ; son principe est très simple : on envoie simultanément, dans un interféromètre de Michelson, une radiation dont on désire mesurer la longueur d'onde λ et celle λ_r d'un laser stabilisé, utilisé comme référence. Les franges d'interférences sont comptées indépendamment pour les deux radiations lorsque l'on fait varier la différence de marche continûment entre les deux valeurs δ_1 et δ_2 ; on obtient alors :

$$\lambda = \lambda_r \frac{k_2}{k_1}$$

où k_1 et k_2 sont respectivement les nombres de franges comptées sur la voie signal et sur la voie référence. L'appareil donne une précision de l'ordre de 1 Å pour un temps de mesure de l'ordre de quelques secondes mais cette précision peut être largement augmentée par l'utilisation d'un interféromètre à grande différence de marche variable. J. F. Lesprit a pu effectuer des mesures avec une précision relative de 4.10^{-7} en utilisant un tel interféromètre dont la différence de marche variait d'environ 15 cm ; la durée de la mesure était de l'ordre de 10 mn [5]. L'inconvénient de cette méthode est la difficulté d'obtenir une mesure de fréquence dans un temps court ; ce temps est égal au temps de déplacement du miroir, opération toujours très délicate, assez longue et nécessitant de nombreuses précautions.

4) Comme dernier exemple de méthode utilisée pour effectuer des mesures de longueur d'onde signalons les techniques de battements de fréquences entre différents lasers continus à longueurs d'ondes fixes et très stables et de lasers à longueurs d'ondes asservies sur des transitions atomiques très fines [6], [7], [8]. Ces techniques permettent d'effectuer des mesures très précises de fréquences optiques ($\Delta\nu/\nu$ de l'ordre de 10^{-10} à 10^{-11}) mais sont difficilement applicables aux lasers à longueurs d'ondes variables : en effet, elles ne permettent de mesurer des fréquences que dans des intervalles très étroits au voisinage des fréquences de références (de l'ordre de quelques GHz, soit environ 0,1 cm^{-1}, limités par la bande passante des détecteurs utilisés). Il n'est donc pas pensable de mesurer continûment la fréquence d'un laser à colorant variable sur quelques 1 000 cm^{-1} par cette méthode ; il serait nécessaire de posséder un nombre considérable de fréquences de référence.

De plus ces trois dernières méthodes de mesures sont difficilement utilisables dans le cas de lasers fonctionnant en impulsions.

Définissons les critères auxquels devrait obéir un appareil idéal destiné à effectuer de telles mesures :

- Tout d'abord cet appareil devrait donner une visualisation instantanée du nombre d'ondes (ou de la longueur d'onde) permettant ainsi de travailler tout aussi bien avec des lasers fonctionnant en régime continu qu'avec des impulsions. De ce fait il devrait donc ne comporter aucune pièce mobile ;

- La précision de la mesure devrait être de l'ordre de quelques MHz ($\Delta\nu/\nu \simeq 10^{-7}$ à 10^{-8}). L'appareil devrait donc être d'une grande stabilité et permettre la mesure de longueurs d'ondes dans un domaine spectral relativement grand (par exemple tout le visible) ;

- D'autre part il serait intéressant de pouvoir accorder la longueur d'onde du laser sur une valeur prédéterminée. L'appareil devrait donc être capable de piloter la longueur d'onde du laser de manière continue ou pas à pas, mais de toute façon avec exactitude.

A ce jour, aucune méthode de mesure ne satisfait tous ces critères simultanément. Nous nous proposons de décrire ici un appareil particulièrement bien adapté à la mesure des nombres d'ondes de la radiation donnée par des lasers accordables, qui remplit toutes les conditions ci-dessus et dont la plupart des propriétés ont été vérifiées expérimentalement.

Après avoir décrit brièvement le principe de la méthode, nous décrirons successivement deux types d'appareils construits au laboratoire en précisant leurs qualités et leurs défauts. Puis nous décrirons la méthode utilisée pour effectuer le pilotage de la fréquence du laser à partir des signaux fournis par les appareils précédents. Cette méthode sera suivie de quelques exemples d'applications. Un chapitre sera consacré au calcul d'erreurs qui nous permettra d'évaluer la précision limite de la méthode sur la mesure du nombre d'ondes. Nous étudierons également la méthode employée pour effectuer chaque type de réglage de façon précise, minimisant chaque source d'erreur et nous permettant ainsi d'effectuer la mesure à la précision désirée. Enfin, le dernier chapitre sera consacré à la mesure proprement dite du nombre d'ondes de la radiation laser, mesure constituée par un traitement mathématique des diverses indications fournies par l'appareil.

CHAPITRE I

PRINCIPE DU SIGMAMETRE

I. L'Instrument.

L'élément de base de l'appareil est un double interféromètre de Michelson de différence de marche δ fixe à la sortie duquel on peut disposer de deux signaux lumineux déphasés l'un par rapport à l'autre et qui seront analysés par deux détecteurs. Le déphasage entre ces deux signaux peut être réalisé de différentes manières, le but final étant d'obtenir deux signaux en quadrature de phase (en ajoutant par exemple une épaisseur $d\delta = \frac{\lambda}{4}$ sur l'un des bras de l'une des voies de l'interféromètre de Michelson), soit :

$$I_0(1+\cos 2\pi\sigma\delta) \quad \text{et} \quad I_0(1+\sin 2\pi\sigma\delta) \tag{1}$$

où $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ représente le nombre d'ondes de la radiation laser à mesurer et I_0 le signal électrique proportionnel à l'intensité du faisceau laser. δ étant constant et connu une fois pour toutes, nous allons voir comment il est possible de déduire de ces deux signaux : σ modulo $\frac{1}{\delta}$.

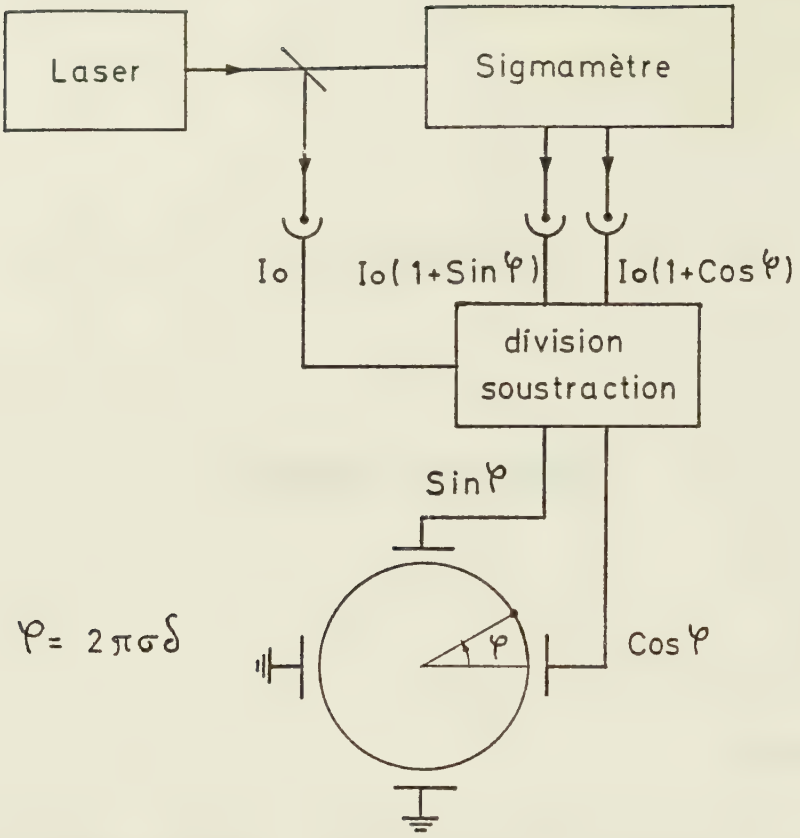


figure : 1a

Principe du Sigmamètre.

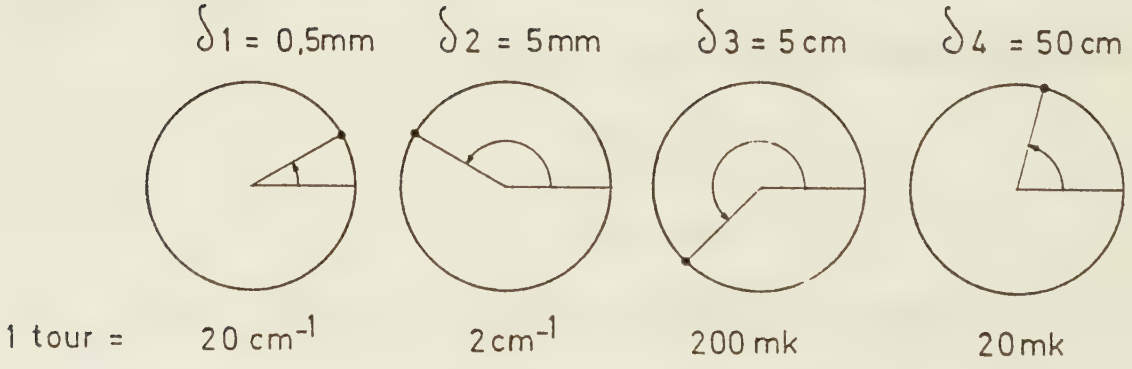


figure : 1b

Affichage des différentes phases.

II. Traitement des signaux.

La méthode, simple, consiste à réduire les deux signaux à $\sin 2\pi\sigma\delta$ et $\cos 2\pi\sigma\delta$ par un traitement électronique : en divisant tout d'abord les expressions (1) par I_0, éliminant ainsi l'influence des fluctuations d'intensité du laser, puis en retranchant la composante continue. On envoie alors ces deux derniers signaux respectivement sur les plaques verticales et horizontales d'un oscilloscope. Ainsi, nous obtenons un point dont la position angulaire $\varphi = 2\pi\sigma\delta$ nous donne la valeur de $\sigma \pm k/\delta$; un tour complet correspond à une variation de σ égale à $1/\delta$ (fig. 1).

Dans cette expérience, c'est en fait le nombre d'ondes σ qui est mesuré (par comparaison à $1/\delta$) et c'est pour cette raison que nous avons appelé notre instrument "SIGMAMETRE".

Notons que l'information sur σ est continue et indépendante de la position du spot sur l'écran d'affichage, ce qui n'est pas le cas d'autres techniques utilisant par exemple les indications que peut fournir un interféromètre de Fabry-Pérot à cales fixes, éclairé par une source laser.

III. Mesure.

Afin de lever d'indétermination k/δ sur la mesure du nombre d'ondes, on utilise la juxtaposition de plusieurs interféromètres de même type mais dont les différences de marche suivent une progression géométrique ; nous avons choisi :

$\delta_1 = 0{,}5$ mm

$\delta_2 = 5$ mm

$\delta_3 = 5$ cm

$\delta_4 = 50$ cm , (fig. 1b) .

De cette manière l'indétermination est portée sur l'interféromètre de plus petite différence de marche correspondant à un $\Delta\sigma = \frac{1}{\delta_1}$ soit $\Delta\sigma = 20\ cm^{-1}$ (environ 5 Å à 5 000 Å) ; cette indétermination pourra facilement être levée à l'aide d'un spectromètre à réseau de faible pouvoir de résolution (du reste certains lasers commerciaux [3] fournissent directement la valeur de la longueur d'onde de leur radiation à quelques Angström près).

Le nombre exact des cm^{-1} sera ensuite donné par le premier interféromètre suivant et ainsi de suite. Le maximum de précision sera donc donné par l'interféromètre de plus grande différence de marche, soit celui correspondant à un $\Delta\sigma = 20$ mK (600 MHz). Si l'on estime que l'on peut facilement apprécier le centième de tour, sur la mesure de la phase φ , la précision est alors meilleure que $2.10^{-4}\ cm^{-1}$ (6 MHz), (fig. 1b).

Dans la pratique les différences de marche ne suivent pas rigoureusement une progression géométrique et pour toute mesure absolue de nombre d'ondes nous devrons calibrer chaque différence de marche de façon très précise. Ceci peut être obtenu en utilisant une longueur d'onde de référence et un système d'asservissement permettant ainsi de fixer chaque différence de marche δ (cf. Chap. IV). Cette

méthode donnera directement le nombre d'ondes par comparaison avec une raie standard comme celle produite par un laser HeNe à 6 328 Å stabilisé sur l'iode [6] et sera étudiée au chapitre V.

Etudions tout d'abord plus en détail les différents appareils construits au laboratoire.

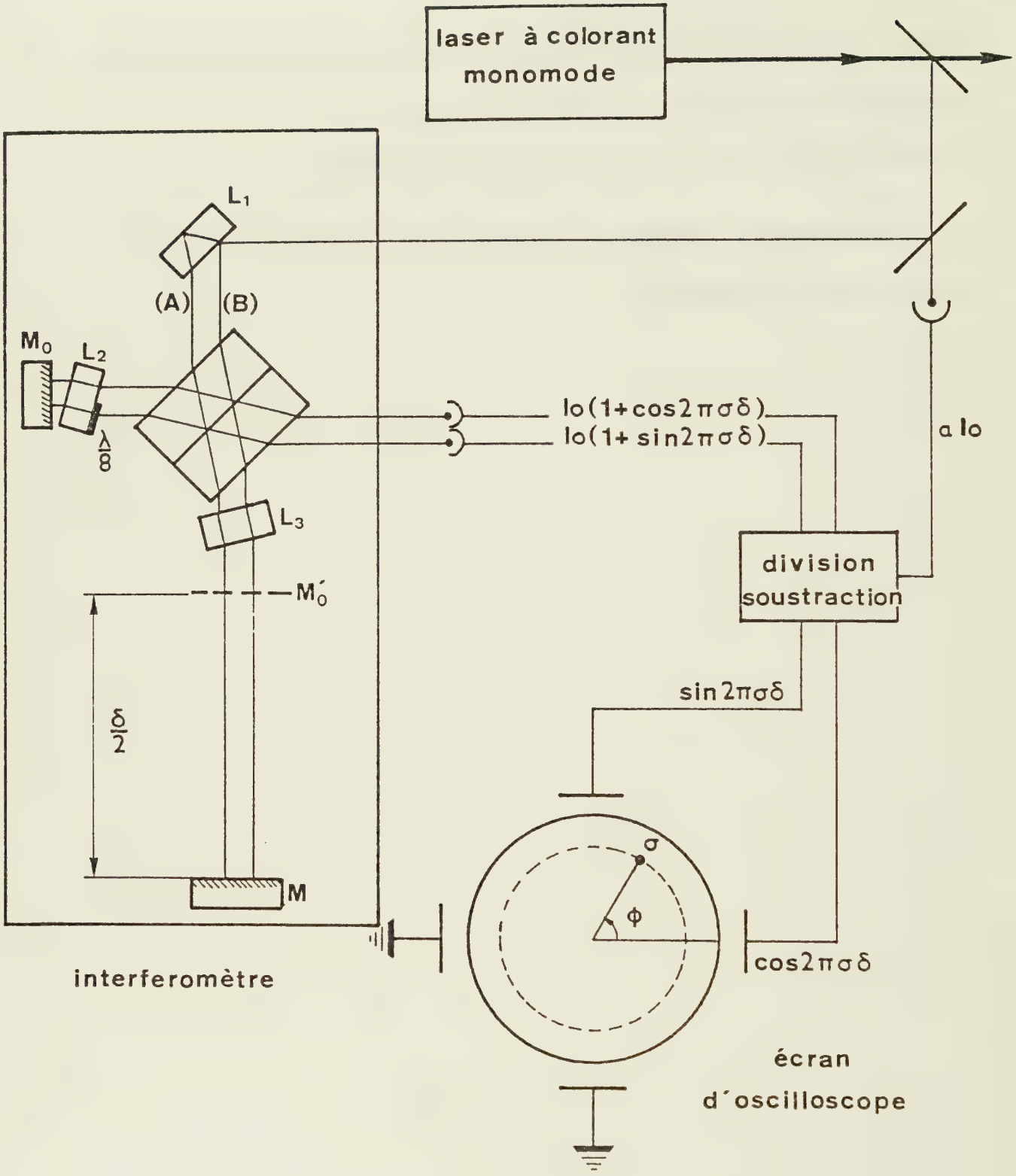


figure : 2

Schéma de montage du premier appareil construit.

CHAPITRE II

DESCRIPTION DES APPAREILS

Suivant la méthode utilisée pour réaliser le déphasage $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ $(= \frac{2\pi\Delta\delta}{\lambda})$ nous avons successivement construit deux appareils.

I. Première méthode : Couche déphasante.

1) Principe.

Dans cette méthode nous travaillons avec deux faisceaux parallèles (issus du même laser) dont la séparation géométrique est effectuée à l'aide d'une première lame L_1 à faces parallèles orientée à 45° par rapport au faisceau incident et par simple réflexion sur les faces avant et arrière de cette lame (fig. 2).

A l'intérieur d'un bras de l'interféromètre on introduit une deuxième lame à faces parallèles L_2 sur la moitié de laquelle on a déposé une couche de silice déphasante par transmission. L'épaisseur de cette couche déphasante est choisie afin d'obtenir le déphasage souhaité $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} (+ k\pi)$ sur l'une des voies (A) (fig. 2) de

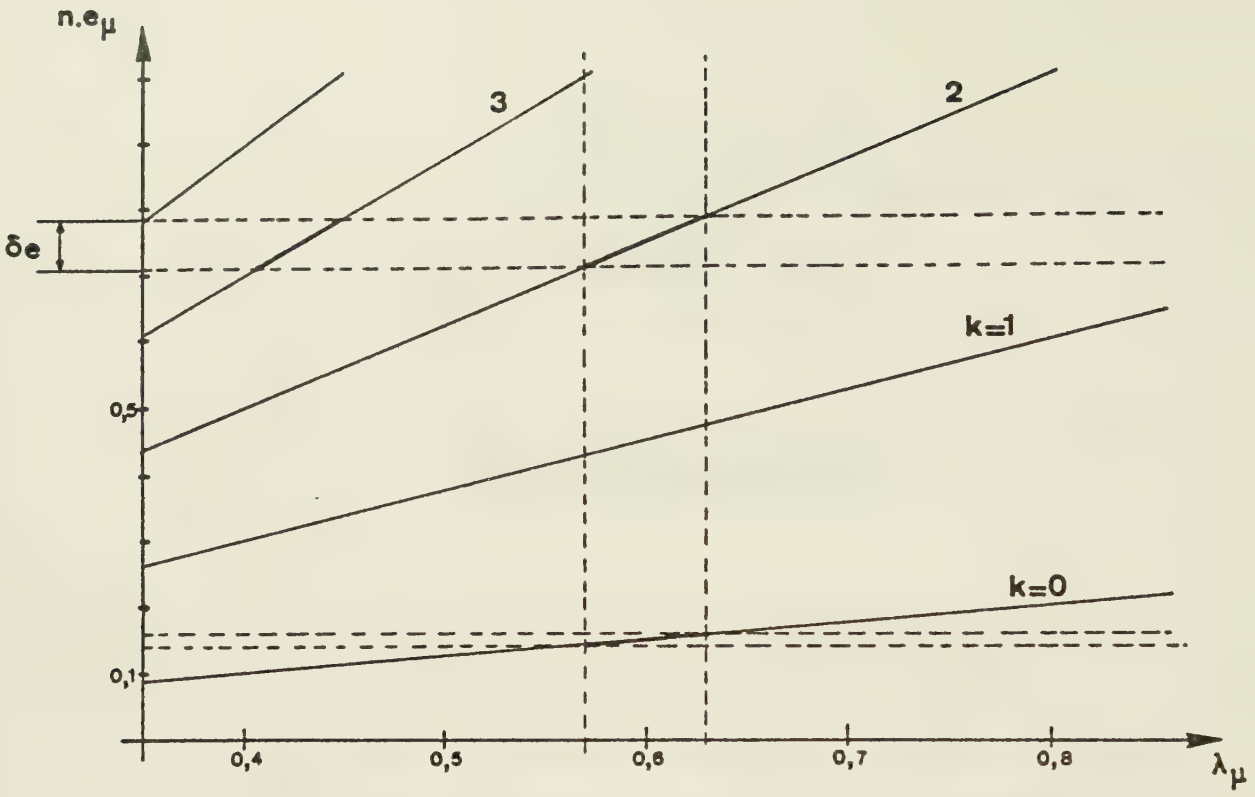


figure : 3a

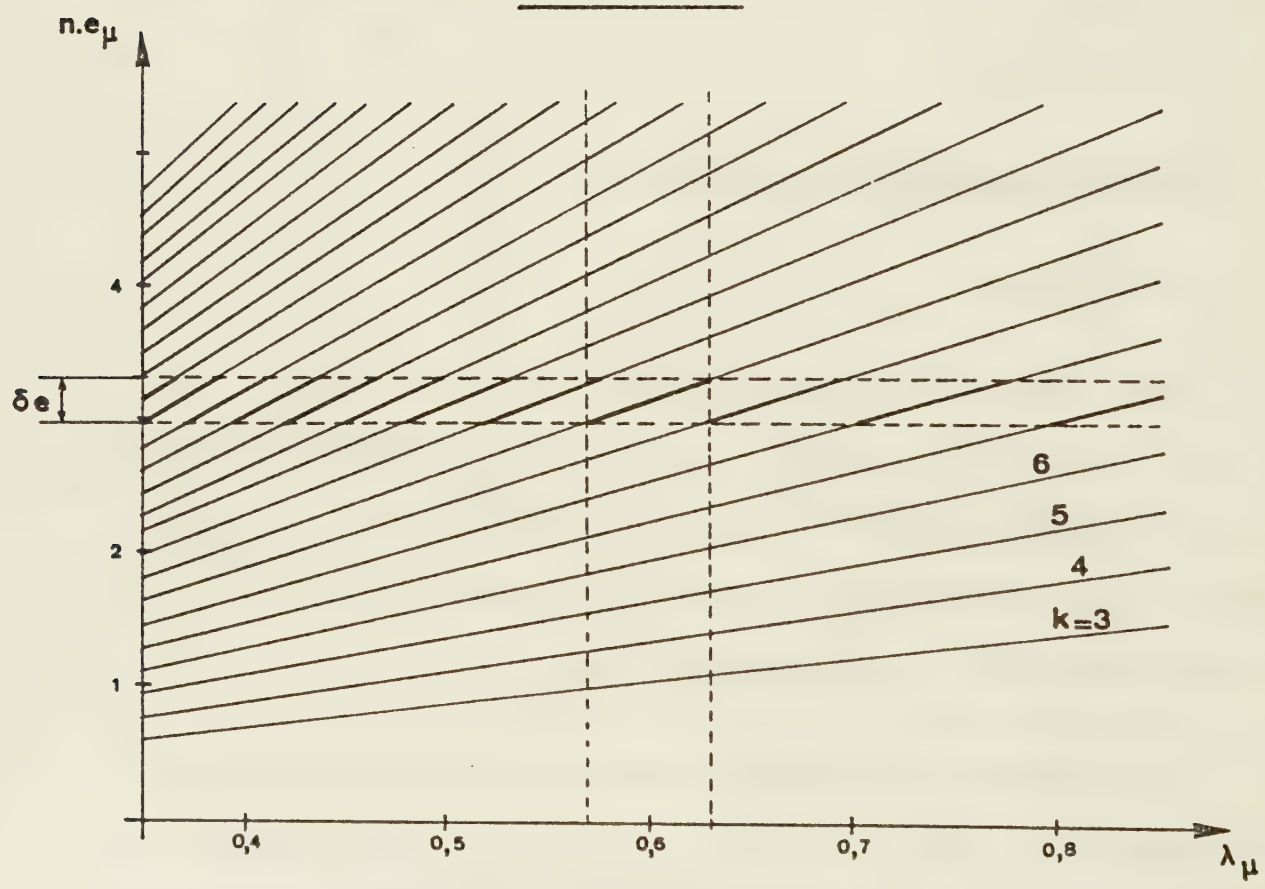


figure : 3b

Variation du déphasage introduit par la lame déphasante en fonction de son épaisseur pour différentes valeurs de k .

l'interféromètre pour une longueur d'onde moyenne correspondante, par exemple, au spectre de fluorescence d'un colorant du type rhodamine 6G (5 700 Å à 6 200 Å environ). Cette lame est montée sur un support tournant, ce qui permet d'ajuster le déphasage $d\varphi$ de façon précise (jusqu'à obtention d'un cercle parfait sur les écrans d'affichage). Notons dès à présent l'inconvénient majeur de cette méthode qui est la trop grande dépendance de $\Delta\varphi$ en fonction de λ .

Les figures (3a,b) illustrent cette dépendance de $\Delta\varphi = f(\lambda)$ pour une épaisseur optique correspondant à $\Delta\delta = \frac{\lambda}{4} + k\frac{\lambda}{2}$ et pour différentes valeurs de k . L'intervalle δe correspond à une variation maximum de l'inclinaison de la lame déphasante de 30° ; nous voyons que pour une épaisseur optique $2ne \approx 1\ \mu$ plusieurs lames seront nécessaires si l'on désire couvrir tout le spectre visible (environ 4). Ce nombre diminue pour de fortes épaisseurs (une seule lame suffit pour $2ne \approx 3$ à $5\ \mu$) mais il est techniquement difficile de réaliser de fortes épaisseurs de couches possédant toutes les qualités optiques requises (planéité, homogénéité, etc...).

Nous introduisons à l'intérieur du second bras une lame à faces parallèles L_3 d'épaisseur identique à la lame précédente et également orientable qui sert simplement de lame compensatrice (fig. 2).

2) <u>L'appareil</u>.

L'aspect général de l'appareil est représenté sur la photo n° 1 et les schémas 1a, b, c. Un bloc cubique en invar enferme la lame

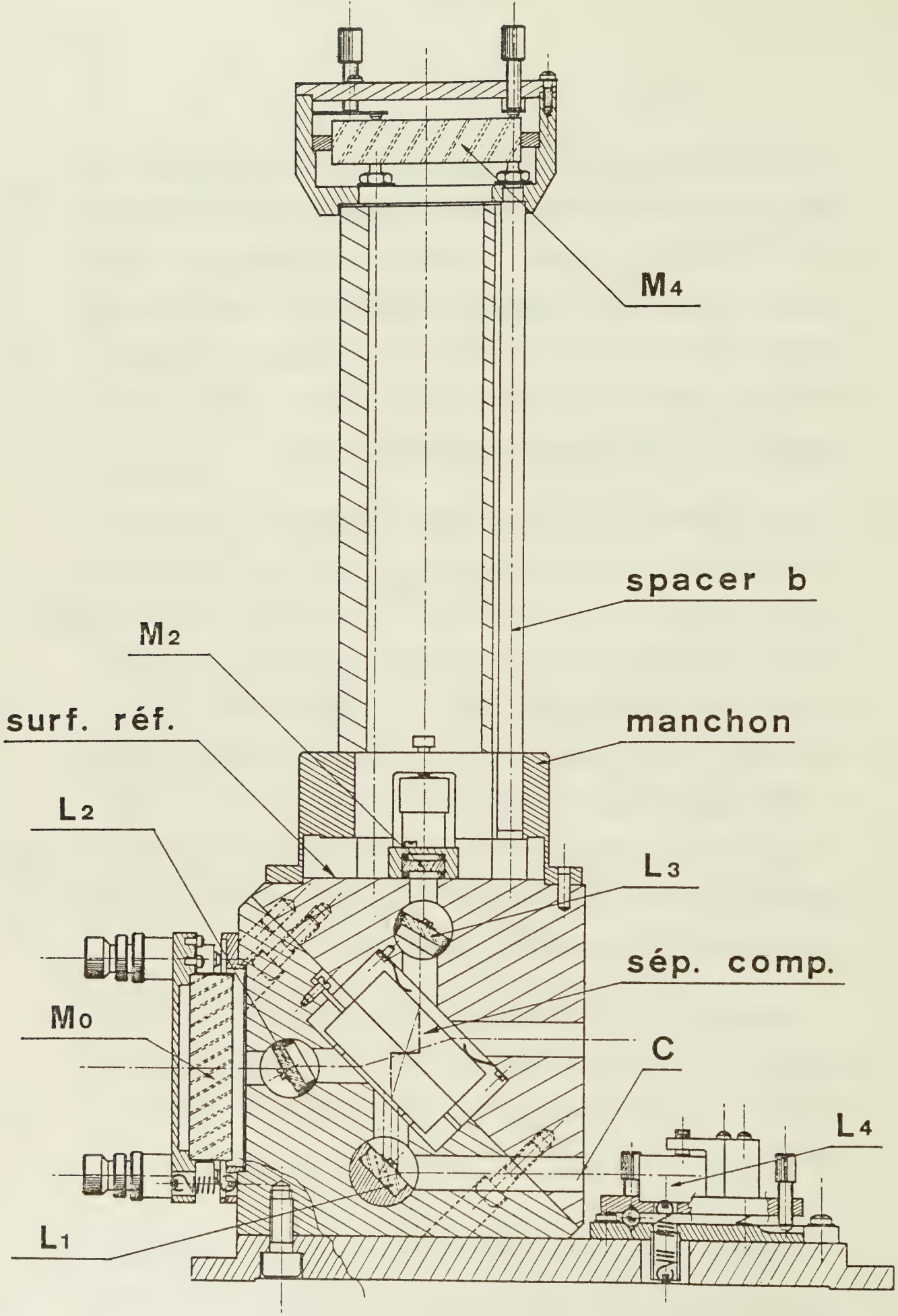


Schéma 1a

Dilatomètre I : 1 : coupe de l'appareil (sans le four)

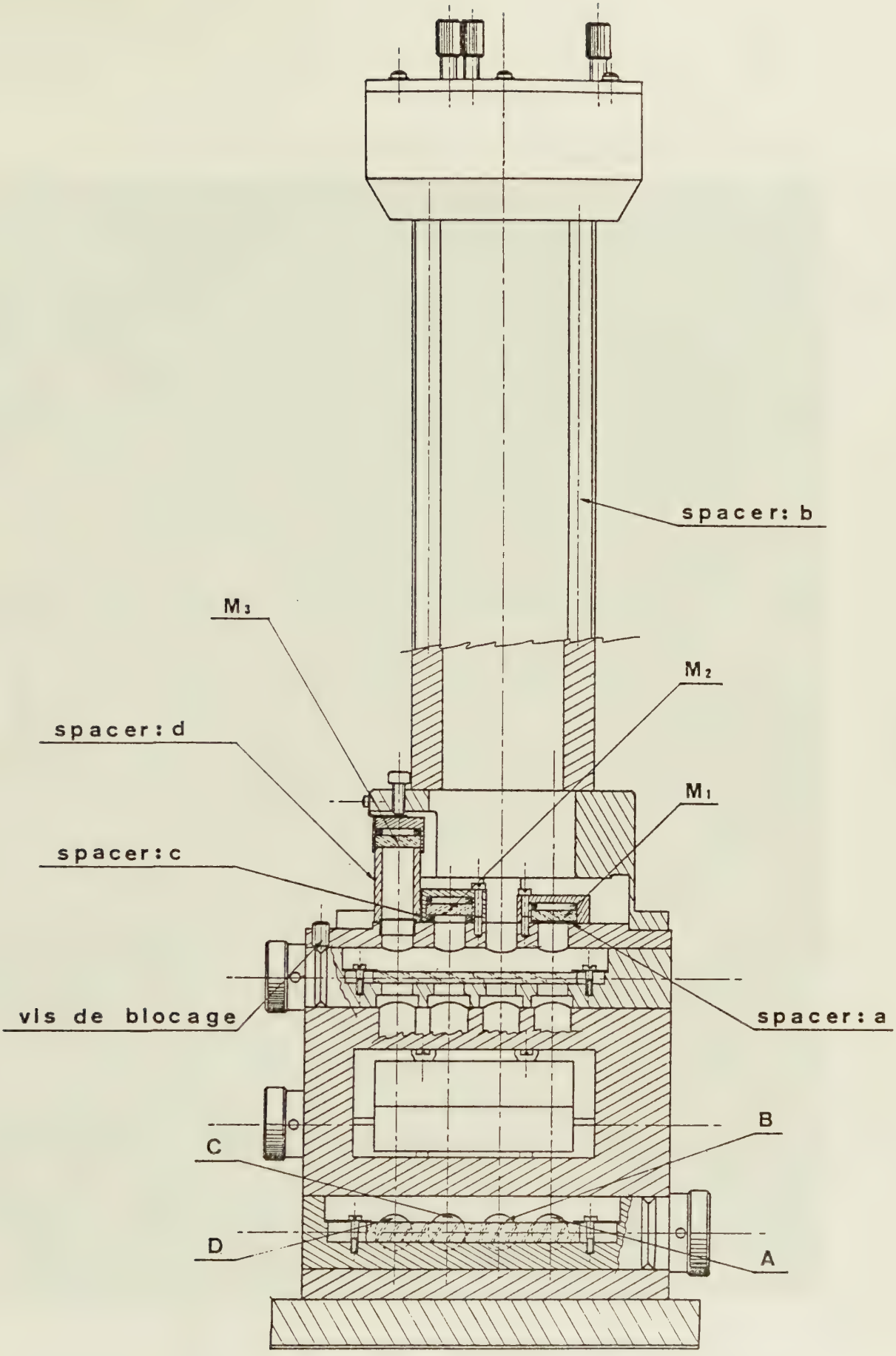


Schéma 1b

Sigmamètre I : coupe de l'appareil (vue de face)

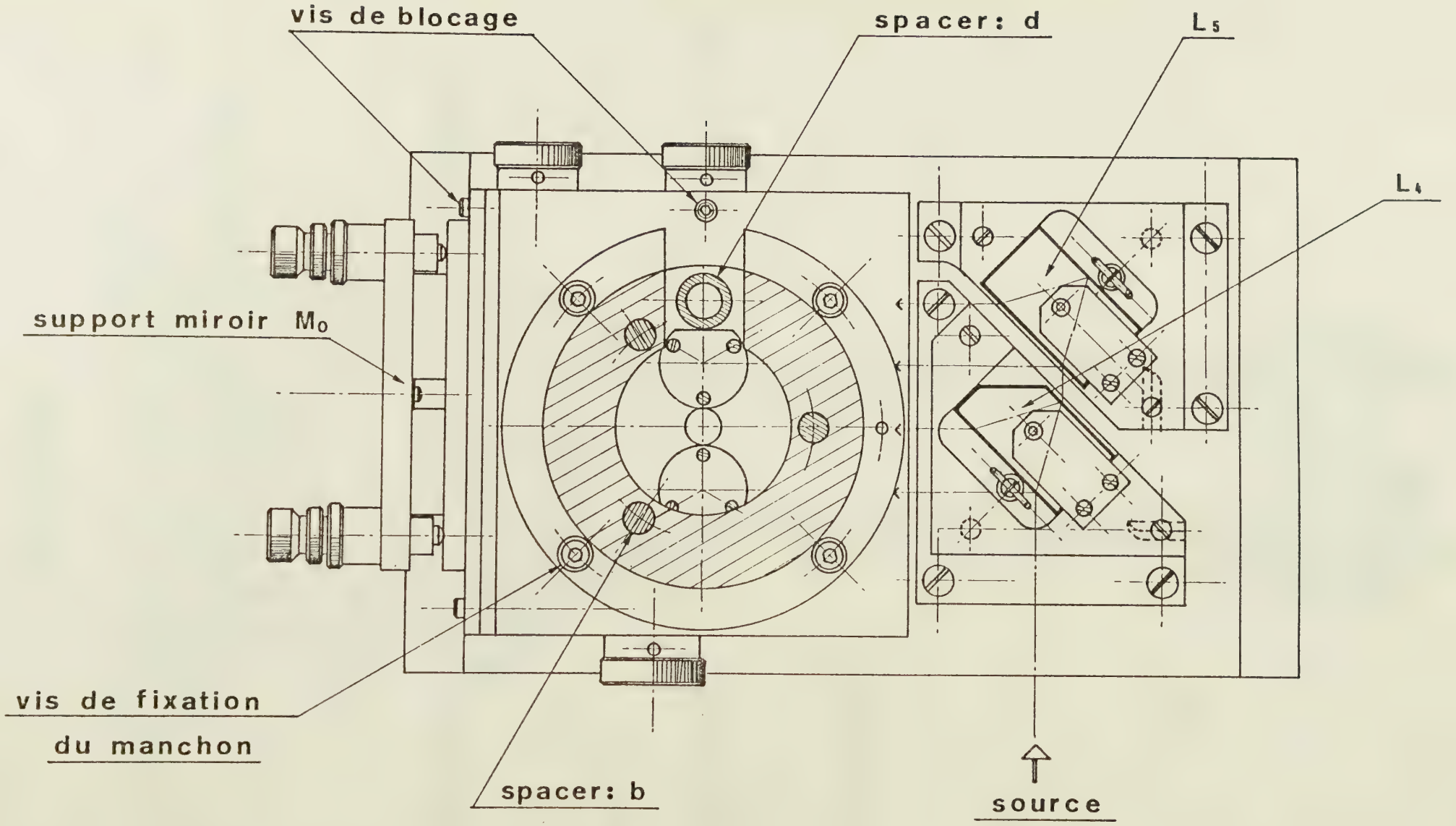


Schéma 1c

Sigmamètre I : coupe de l'appareil (vue de dessus)

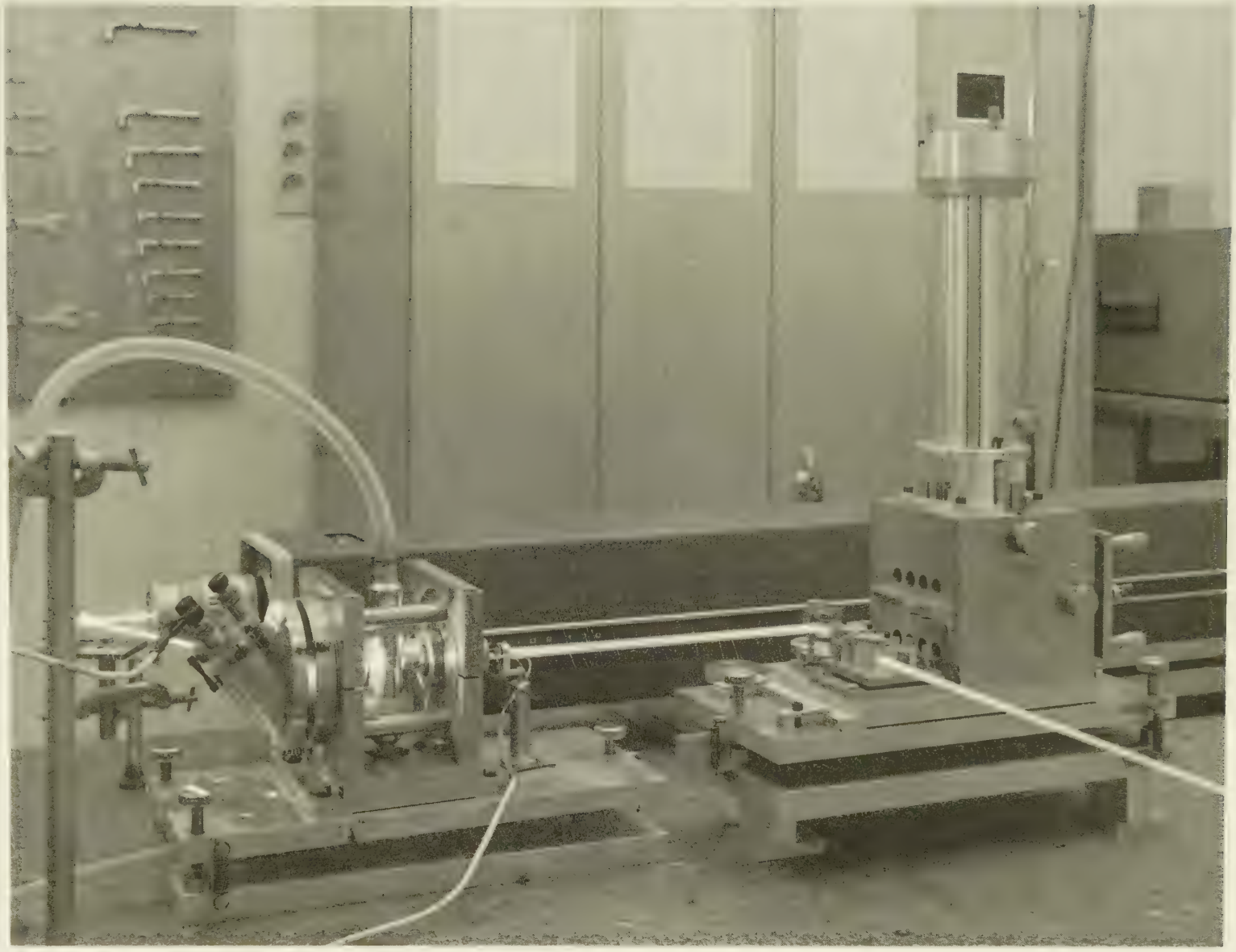


Photo 1

Dispositif experimental

séparatrice compensatrice ainsi que les trois lames à faces parallèles L_1 , L_2 et L_3 communes aux quatre interféromètres de Michelson déterminés par les ouvertures A, B, C et D. L'invar a été choisi pour son faible coefficient de dilatation thermique, ce qui permet d'obtenir une bonne stabilité. La face supérieure de ce bloc a été polie optiquement et constitue une face de référence sur laquelle viennent s'appliquer les quatre "spacers" (a, b, c, d) déterminant respectivement les différences de marche des quatre interféromètres :

$$\delta_1 = 0{,}5 \text{ mm}$$
$$\delta_4 = 500 \text{ mm}$$
$$\delta_2 = 5 \text{ mm}$$
$$\delta_3 = 50 \text{ mm}$$

choisis dans cet ordre pour de simples raisons technologiques (schémas 1a, b).

Le spacer (a) est constitué de trois lames en silice à faces parallèles de 2,5 mm de diamètre et de 0,25 mm d'épaisseur mises en contact optique sur la face de référence et sur le miroir M_1 du premier interféromètre.

Les deux spacers suivants (c, d) sont formés de deux bagues en invar polies sur chaque face.

Le dernier spacer (b) est constitué de 3 colonnes en invar de 10 mm de diamètre logées dans un manchon qui les maintient en contact serré sur la face de référence ; en modifiant la pression du manchon

sur ces colonnes par l'intermédiaire de ses vis de fixation on peut régler très finement l'orientation du miroir M_4 qui vient prendre appui sur ces colonnes. On ajuste de la même façon le parallélisme des autres miroirs, corrigeant ainsi les défauts de polissage des différents spacers.

Le miroir M_0 commun aux seconds bras des quatre interféromètres est monté sur un support point-trait-plan et son image à travers la séparatrice coïncide avec la face de référence.

La séparation du faisceau laser en quatre faisceaux parallèles est assurée par deux lames (L_4 , L_5) à faces parallèles de 15 mm d'épaisseur et disposées parallèlement à l'entrée de l'interféromètre sur deux supports ajustables indépendamment. Cette séparation s'effectue par simple réflexion vitreuse sur les deux faces de chaque lame (schéma 1c).

Les quatre faisceaux ainsi constitués sont dédoublés de la même façon par la lame L_1 . Pour éviter des pertes d'intensité inutiles les coefficients de réflexion des deux faces sont augmentés par dépot de couches métalliques. Le coefficient de réflexion est maximum sur la face arrière et environ 50% sur la moitié de la face avant, ce qui nous permet d'obtenir deux faisceaux d'intensité égale .

Les supports des trois lames L_1 , L_2 , L_3 sont réglables en rotation et fixés en position correcte par de simples vis de blocage (schéma 1b).

Le sigmamètre est en outre monté sur une platine réglable en hauteur et en orientation (non représenté sur les schémas).

3) Système de détection.

La détection des différents signaux $I_0(1+\cos 2\pi\sigma\delta)$, $I_0(1+\sin 2\pi\sigma\delta)$ ainsi que d'une fraction I_0 du faisceau laser est assurée par des photomultiplicateurs RTC type : XP 1116 choisis pour leur faible encombrement et leur grande bande spectrale. Ces photomultiplicateurs sont couplés à des adaptateurs d'impédance à gain variable et montés dans un coffret ; toutes les sorties sont cablées sur une prise à broches multiples, ce qui permet un raccord simple des photomultiplicateurs à l'électronique traitant les différents signaux.

4) Traitement électronique.

Ce traitement électronique (mis à part celui de l'asservissement destiné au contrôle de la fréquence du laser qui sera traité plus loin) consiste à :

- diviser les signaux $I_0(1+\cos 2\pi\sigma\delta)$ et $I_0(1+\sin 2\pi\sigma\delta)$ par le signal de référence I_0 proportionnel à l'intensité du faisceau laser. Ceci élimine la plus grande partie des fluctuations d'intensité du laser (l'amplitude des fluctuations résiduelles dépend de la qualité du circuit diviseur) ;

- retrancher la composante continue, ce qui permet d'obtenir un cercle centré en $X = 0$ et $Y = 0$ sur les écrans d'affichage lorsque le nombre d'ondes de la radiation laser varie ;

- on filtre également le signal de sortie au niveau de cet affichage pour éliminer les fluctuations d'amplitudes résiduelles ainsi que les fluctuations rapides de phase du laser (jitter). Ces dernières fluctuations sont essentiellement dues aux ondes acoustiques (de l'ordre de quelques KHz) qui modifient (à ces mêmes fréquences) la longueur de la cavité du laser accordable, ce qui entraîne ainsi des fluctuations de la fréquence optique du mode laser de quelques MHz (l'amplitude de ces dernières fluctuations dépend de la longueur de la cavité et de l'amplitude des ondes acoustiques). Ces fluctuations ne peuvent être entièrement compensées par l'asservissement du fait de la faible bande passante des céramiques piézoélectriques et des amplificateurs haute tension ; elles peuvent donc être gênantes pour la lecture de la phase sur l'écran d'affichage correspondant à l'interféromètre de plus grande différence de marche qui est le plus sensible à ces fluctuations ; d'où la nécessité d'un filtrage au niveau de cet affichage afin d'obtenir un spot de faible dimension qui caractérise la valeur moyenne de la fréquence du laser ;

- chaque couple de signaux $\cos 2\pi\sigma\delta$ et $\sin 2\pi\sigma\delta$ est ensuite envoyé en X , Y sur un oscilloscope.

5) Inconvénients de cette première méthode.

a) Dépendance de $\Delta\varphi$ en fonction de λ .

Nous avons vu que le principal défaut de ce premier appareil était la trop grande dépendance du déphasage $\Delta\varphi$ en fonction de la longueur d'onde λ , en effet :

Soit une certaine orientation de la lame déphasante pour laquelle

$$\Delta\delta = \frac{\lambda}{4} + k\,\frac{\lambda}{2} \qquad (a) \ ,$$

nous avons $$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\,(\Delta\delta) \qquad (b) \ .$$

Une variation $d\lambda$ de la longueur d'onde entraîne donc une variation $d(\Delta\varphi)$ du déphasage égale à :

$$d(\Delta\varphi) = \frac{2\pi\ \Delta\delta}{\lambda^2}\,d\lambda \qquad (c) \ ;$$

soit en utilisant (a)

$$d(\Delta\varphi) = (\frac{\pi}{2} + k\ \pi)\,\frac{d\lambda}{\lambda} \qquad (d) \ .$$

- en prenant $d(\Delta\varphi)$ de l'ordre du degré (erreur maximum sur le déphasage que l'on peut tolérer),
- $k = 0$ (couche de faible épaisseur),
- et $\lambda = 6\ 000\ \mathring{A}$.

L'intervalle spectral $d\lambda$ dans lequel le déphasage reste constant à un degré près sera alors de l'ordre de

$$67\ \mathring{A}$$

(cet intervalle diminue pour des couches de fortes épaisseurs). Au chapitre V nous étudierons différentes méthodes permettant la mesure

absolue du nombre d'ondes et nous verrons en particulier qu'il est nécessaire d'utiliser plusieurs longueurs d'ondes de référence afin d'étalonner très précisément chaque différence de marche δ . De ce fait plusieurs lames déphasantes L_2 , fonctionnant dans des intervalles spectraux correspondant à chacune de ces raies de référence, doivent être utilisées (cf. fic. 3) , ce qui pose un problème sérieux du réglage de l'orientation des lames compensatrices L_3 de manière très précise, dans chacun des cas, si l'on désire maintenir les différences de marche δ constantes au moins à $\frac{\lambda}{100}$ près pour une mesure au centième de tour. L'achromatisme de cet appareil ne peut donc être obtenue que très difficilement. Toutefois, dans le cas de l'utilisation du sigmamètre comme pilote de la fréquence du laser (chapitre III), cette méthode de déphasage reste valable car l'intervalle spectral $d\lambda$, dans lequel $\Delta\varphi$ reste pratiquement constant, est grand devant celui dans lequel la longueur d'onde du laser peut être balayée sans qu'il y ait saut de mode (typiquement 20 GHz, soit $\approx$ 0,24 Å à 6 000 Å).

b) Réglages optiques.

Un autre défaut important apparaît si les miroirs des interféromètres ne sont pas parfaitement réglés (coin d'air).

Les deux voies A et B (fig. 2) étant séparées géométriquement il apparaît un déphasage supplémentaire arbitraire dépendant de l'angle d'inclinaison d'un des miroirs M_1 ou M_2 par rapport à l'image du second à travers la séparatrice (le même défaut apparaît si la direction du faisceau laser change légèrement, par exemple, lors du balayage

de la fréquence du laser ou à l'issue d'un nouveau réglage de celui-ci). Les deux signaux sortants de chaque interféromètre ne seront donc pas exactement en quadrature de phase ce qui a pour conséquence de déformer les cercles sur les écrans d'affichage. Les erreurs introduites par de tels défauts seront étudiées au chapitre IV. Ces défauts sont non seulement gênants dans le cas de mesures de fréquences, mais également pour tout balayage asservi de celles-ci (non linéarité du balayage).

Retenons qu'avec cette méthode de déphasage, l'appareil est très sensible au déréglage des interféromètres ou du laser. Chacun de ces réglages doit être effectué de manière très précise et être réajusté de temps en temps.

II. Deuxième méthode : Prisme à réflexion totale.

1) Principe.

Afin de s'affranchir des défauts mentionnés ci-dessus et d'obtenir ainsi un appareil parfaitement achromatique, peu sensible à d'éventuels déréglages soit de l'interféromètre, soit du faisceau laser, nous avons mis au point une deuxième méthode permettant l'obtention de deux signaux en quadrature de phase quelle que soit la longueur d'onde située dans un intervalle spectral dépassant largement tout le visible (couvrant ainsi l'intervalle spectral de n'importe quel colorant). Son principe est le suivant (fig. 4).

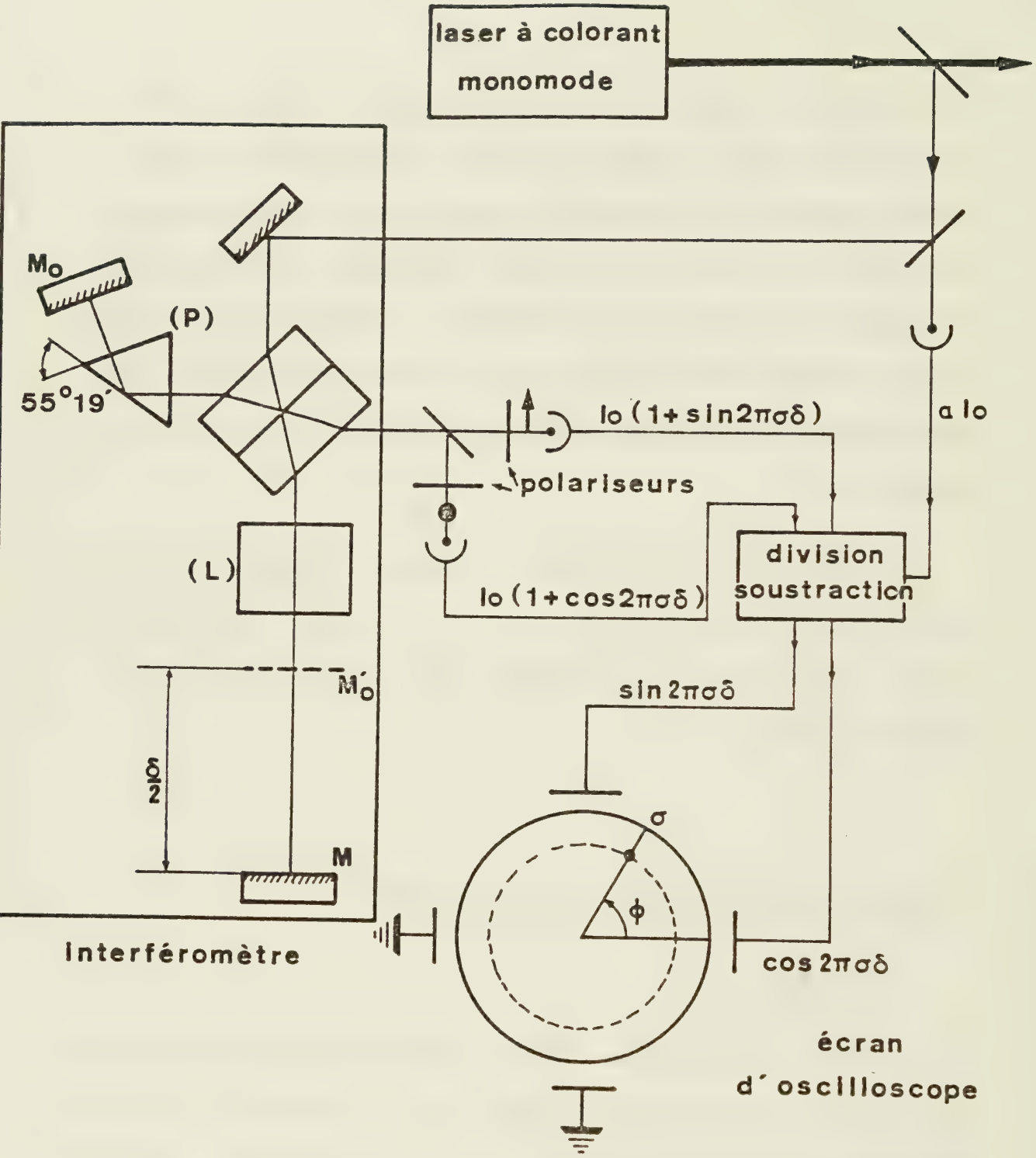


figure : 4

Montage expérimental du deuxième appareil.

On introduit dans l'un des bras de l'interféromètre de Michelson un prisme à réflexion totale (P) et dans l'autre une lame à face parallèle compensatrice (L) assurant l'achromatisme. Si le faisceau qui entre dans l'interféromètre est polarisé à 45° par rapport au plan d'incidence du prisme on peut considérer que les deux fractions polarisées rectangulairement (l'une parallèlement au plan d'incidence du prisme, l'autre perpendiculairement) interfèrent indépendamment et les deux systèmes de franges correspondants présentent alors une différence de phase 2Ψ satisfaisant la relation de Fresnel [9] :

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\Psi}{2}\right) = \frac{\cos i \sqrt{\sin^2 i - 1/n^2}}{\sin^2 i} \qquad (2)$$

où i représente l'angle d'incidence du faisceau par rapport à la face réfléchissante du prisme. Pour un milieu peu dispersif d'indice moyen $n = 1{,}52$, 2Ψ sera égal à $\frac{\pi}{2}$ pour $i = 55°19'30"$. Le prisme est alors taillé avec un angle ou sommet égal à $180° - 2i$, soit 69°21' ce qui permet d'attaquer perpendiculairement les deux faces latérales du prisme maintenant ainsi l'angle d'incidence i constant quelle que soit la longueur d'onde (l'épaisseur optique du prisme ne dépendra donc que de l'indice n et sera facilement compensée par la lame compensatrice L).

Le milieu choisi est un verre optique Sovirel du type BSC B 18 65. Son indice moyen à $\lambda = 0{,}5876\ \mu$ est : $n = 1{,}5182$,

ses variations d'indice sont de : $+ 0{,}019$ à $\lambda = 0{,}3650\ \mu$

et : $- 0{,}009$ à $\lambda = 1{,}014\ \mu$

qui correspondent respectivement à une variation sur le déphasage 2Ψ (2) entre les deux polarisations de : + 1,8°

et de : - 0,9° .

Nous verrons au chapitre IV que de telles variations peuvent être parfaitement négligées. En conséquence ce déphasage 2Ψ (aller-retour) entre les deux fractions polarisées du faisceau est effectivement constant, égal à $\frac{\pi}{2}$ dans un intervalle spectral qui dépasse largement tout le visible. La compensation par la lame "L" est faite une fois pour toutes. D'autre part, ce système n'est plus sensible à d'éventuels déréglages du laser : en effet, ne disposant maintenant que d'un seul faisceau traversant l'interféromètre de Michelson, il n'y a plus de déphasage arbitraire, occasionné par un déréglage d'un des miroirs, chaque fraction polarisée du faisceau voyant la même différence de marche δ , ce qui supprime les déformations arbitraires des cercles sur les écrans d'affichage.

La seule conséquence d'un éventuel déréglage des miroirs, correspondant à la formation de franges de coin d'air, est une diminution du contraste des franges, soit : une diminution du rayon du cercle et un déplacement de son centre qui, tout deux, peuvent être compensés électroniquement (cf. le traitement électronique exposé au début de ce chapitre). Dans la pratique de tels déréglages ne sont jamais bien importants.

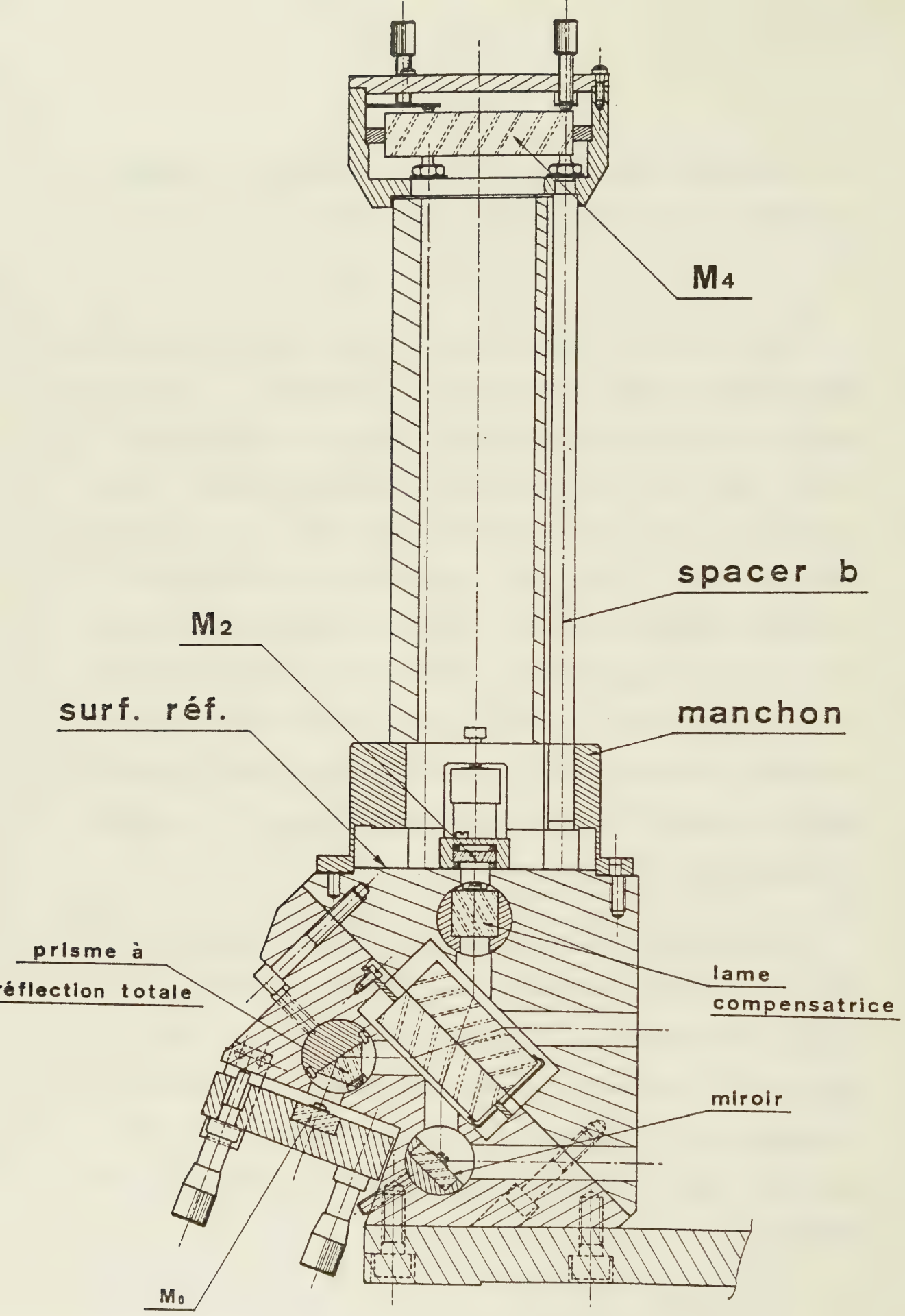


Schéma 2

Sigmamètre II : schéma de l'appareil (

2) L'appareil.

Nous avons donc construit un second appareil dont l'aspect mécanique est sensiblement identique au précédent.

A la place de la lame déphasante se trouve maintenant le prisme à réflexion totale (schéma 2) définissant une nouvelle orientation du miroir commun M_0 . L'ajustement de l'orientation de la lame compensatrice L est effectué très finement à l'aide d'une vis micrométrique différentielle. Cette compensation (assurant l'achromatisme de l'appareil) doit être effectuée de manière très précise si l'on désire maintenir l'origine des phases constante au centième de tour dans le cas de mesures absolues (cf. chapitre IV). On calcule que cette origine sera effectivement constante si les épaisseurs de verre dans chaque bras ont été compensées à $\frac{\lambda}{2}$ près (déplacement du spot d'un demi-tour sur les écrans d'affichage) ; ceci correspond, compte tenu du système mécanique utilisé, à un déplacement de la vis micrométrique qui ajuste l'orientation de la lame compensatrice d'environ une division. Ce réglage précis peut donc être effectué de manière satisfaisante.

Notons que la lame à face parallèle L_1 (fig. 2) utilisée avec le premier type d'appareil se trouve maintenant remplacée par un simple miroir totalement réfléchissant. On introduit entre ce miroir et la lame séparatrice compensatrice un polariseur orienté à 45° par rapport à l'axe du prisme définissant ainsi l'axe de polarisation du faisceau laser à l'entrée de l'interféromètre.

3) Système de détection.

Ce système utilise cette fois des photodiodes du type UDT 450 ce qui permet de l'intégrer dans un boitier d'encombrement plus réduit que celui contenant les photomultiplicateurs dans le montage précédent. Il comprend également :

- une lame séparatrice commune aux quatre sorties du sigmamètre,
- les différents analyseurs dont l'orientation est ajustable,
- les adaptateurs d'impédance à gains variables et "zéros" ajustables.

4) Conclusion.

Compte tenu des avantages apportés par ce second type d'appareil, comparé au premier, il serait possible d'effectuer des mesures absolues de nombre d'ondes dans la mesure où chaque différence de marche est asservie sur une raie de référence de grande stabilité ($\frac{\Delta\nu}{\nu} < 10^{-8}$). Initialement cet appareil a cependant été construit dans le simple but d'effectuer le pilotage de la fréquence des lasers accordables pour lesquels la stabilité de l'appareil est suffisamment bonne et n'exige pas de contrôles rigoureux des différences de marche mais de simples précautions quant aux conditions d'utilisation : stabilité en température au voisinage de l'instrument pendant la durée d'un enregistrement spectral (typiquement $\Delta T \simeq 10^{-2}$ degré).

Un troisième type d'appareil plus particulièrement destiné à la mesure absolue de nombres d'ondes est actuellement en cours

d'élaboration au laboratoire. Dans cet appareil, l'optique se présentera de manière plus compacte et chaque différence de marche sera stabilisée sur une longueur d'onde de référence fournie par un laser HeNe asservi sur une raie d'absorption de l'iode [6].

Dans le chapitre suivant, nous nous proposons d'étudier quelques propriétés intéressantes du sigmamètre.

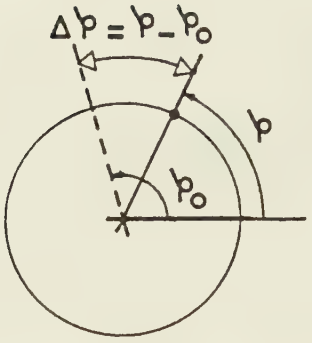
CHAPITRE III

REFERENCE DE STABILISATION

I. Introduction.

Après avoir décrit le fonctionnement du sigmamètre comme mesureur de fréquence (ou de nombre d'ondes), nous allons décrire une autre propriété très intéressante de l'appareil qui est son utilisation à l'asservissement de lasers à longueur d'onde variable. Cette seconde propriété est totalement indépendante de la première et concerne donc le pilotage de la fréquence des lasers accordables. Pour des besoins propres à certaines expériences [10], [16] c'est, en fait, cette seconde utilisation du sigmamètre qui a été expérimentée jusqu'à ce jour.

Le principe est le suivant : on compare la phase $\varphi = 2\pi\sigma\delta$ visualisée sur l'écran d'affichage à une phase électronique arbitraire φ_0 fixe. Leur différence fournit le signal d'erreur $\varepsilon = \varphi - \varphi_0$ qui, une fois amplifié, est appliqué à la céramique piézoélectrique corrigeant la longueur de la cavité laser, ce qui permet ainsi à φ d'être constamment égal à φ_0 imposant donc une certaine valeur "σ" à la radiation laser (fig. 5).



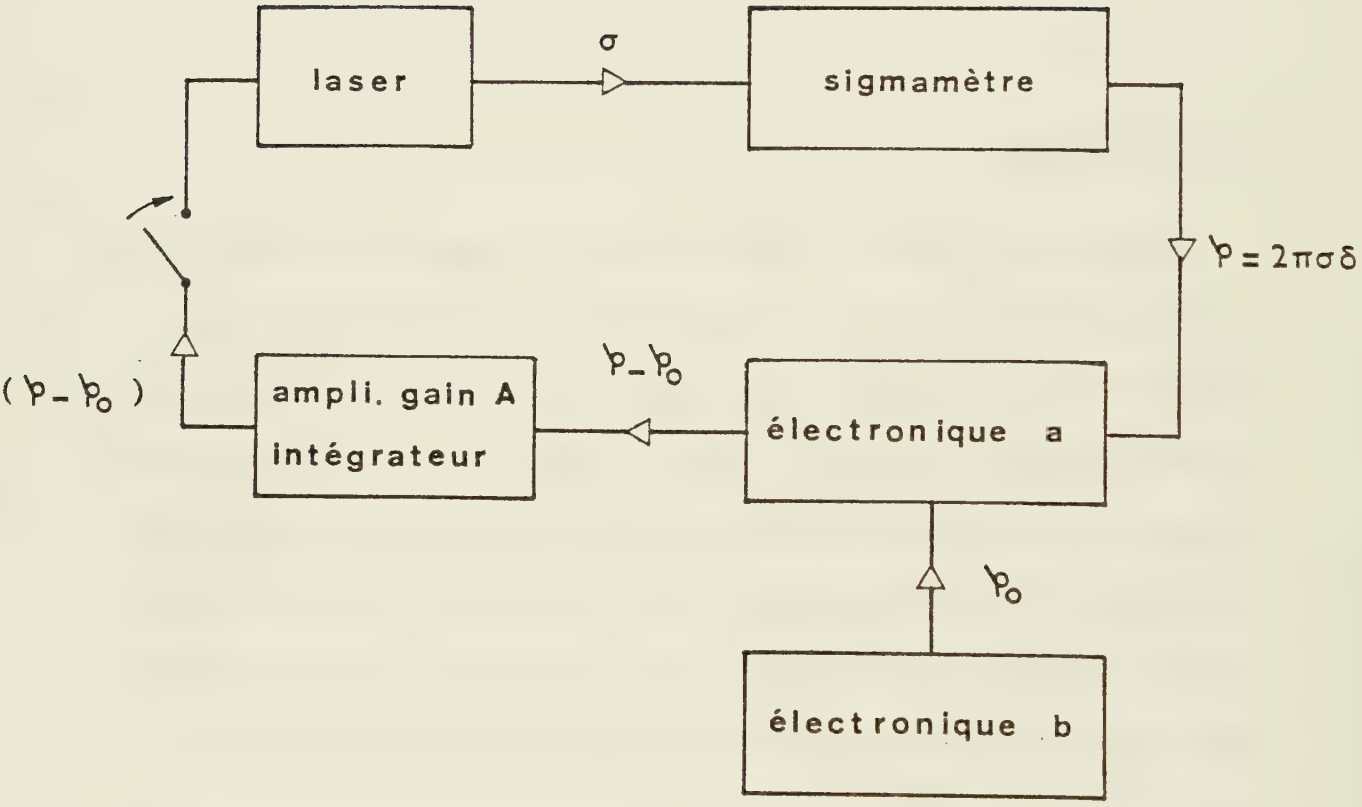


figure : 5

Principe de l'asservissement.

En fermant la boucle d'asservissement on a :

$$\varphi = A(\varphi - \varphi_0) \qquad \text{d'où} \qquad \varphi = \frac{A\,\varphi_0}{(A-1)} \quad .$$

Comme le gain A de l'amplificateur haute tension est très grand devant l'unité, nous avons finalement :

$$\varphi = \varphi_0 \qquad (3)$$

En fait l'électronique d'asservissement possède un intégrateur qui permet à la relation (3) de n'être pas simplement approchée mais rigoureuse.

Pour que cet asservissement soit le plus efficace possible, ce signal d'erreur est obtenu à partir de l'interféromètre le plus sensible aux écarts de fréquence du laser, c'est-à-dire à l'interféromètre de plus grande différence de marche (δ_4) .

II. Système électronique d'asservissement.

1) Signal d'erreur ε .

Afin d'obtenir ce signal ε proportionnel à la fréquence du laser (ou à son nombre d'ondes), il est nécessaire de traiter électroniquement les signaux donnés par l'interféromètre.

Ce traitement est schématisé sur la figure (6).

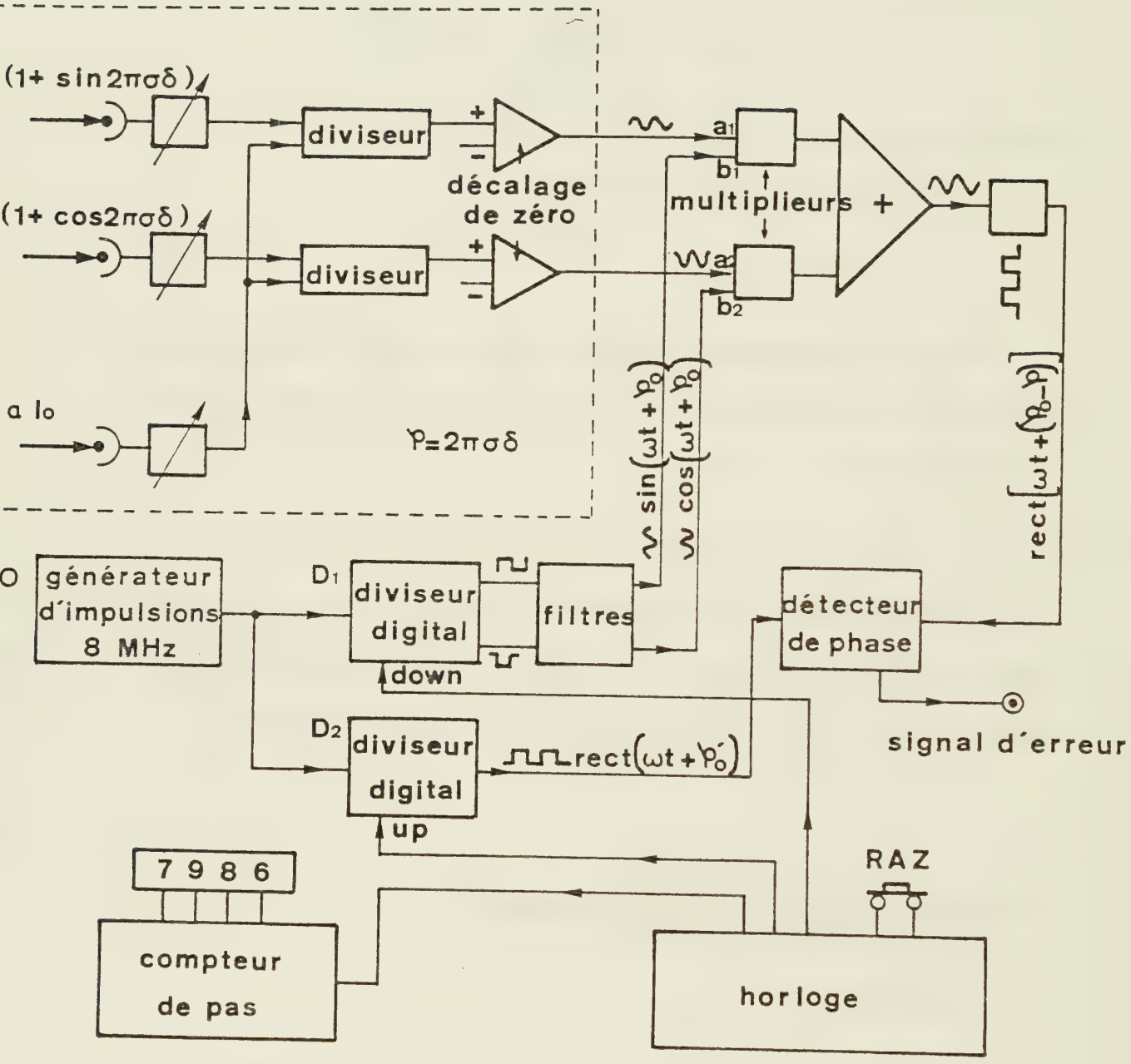


figure : 6

Schéma de principe du système électronique d'asservissement.

a) Signaux sin et cos .

Dans la partie encadrée, nous reconnaissons les diverses opérations destinées à obtenir les deux signaux en quadrature de phase $\cos 2\pi\sigma\delta$ et $\sin 2\pi\sigma\delta$ mentionnés au début du chapitre II :

- détection des signaux optiques $I_0(1+\cos 2\pi\sigma\delta)$

  $I_0(1+\sin 2\pi\sigma\delta)$

  et I_0 ;

- division de ces deux premiers signaux par I_0 ;

- puis soustraction de la composante continue ;

- enfin affichage de $\cos(2\pi\sigma\delta)$ et $\sin(2\pi\sigma\delta)$ (ou $\cos\varphi$ et $\sin\varphi$) en XY sur un écran d'oscilloscope.

b) Opérations.

Ces deux derniers signaux sont également envoyés aux entrées "a_1 , a_2" de deux multiplieurs identiques. En "b_1 , b_2" nous envoyons respectivement deux signaux périodiques de la forme $\cos(\omega t+\varphi_0)$ et $\sin(\omega t+\varphi_0)$ issus d'un générateur, où $\omega = 2\pi f$ correspond à une fréquence de modulation $f = 100$ KHz et φ_0 représente une phase arbitraire fixe. Nous verrons au paragraphe 2) comment obtenir ces deux signaux $\cos(\omega t+\varphi_0)$ et $\sin(\omega t+\varphi_0)$.

En additionnant entre eux les signaux sortant de chaque multiplieur nous obtenons :

$$\cos\varphi.\cos(\omega t+\varphi_0) + \sin\varphi.\sin(\omega t+\varphi_0) = \cos[\omega t+(\varphi-\varphi_0)] \quad .$$

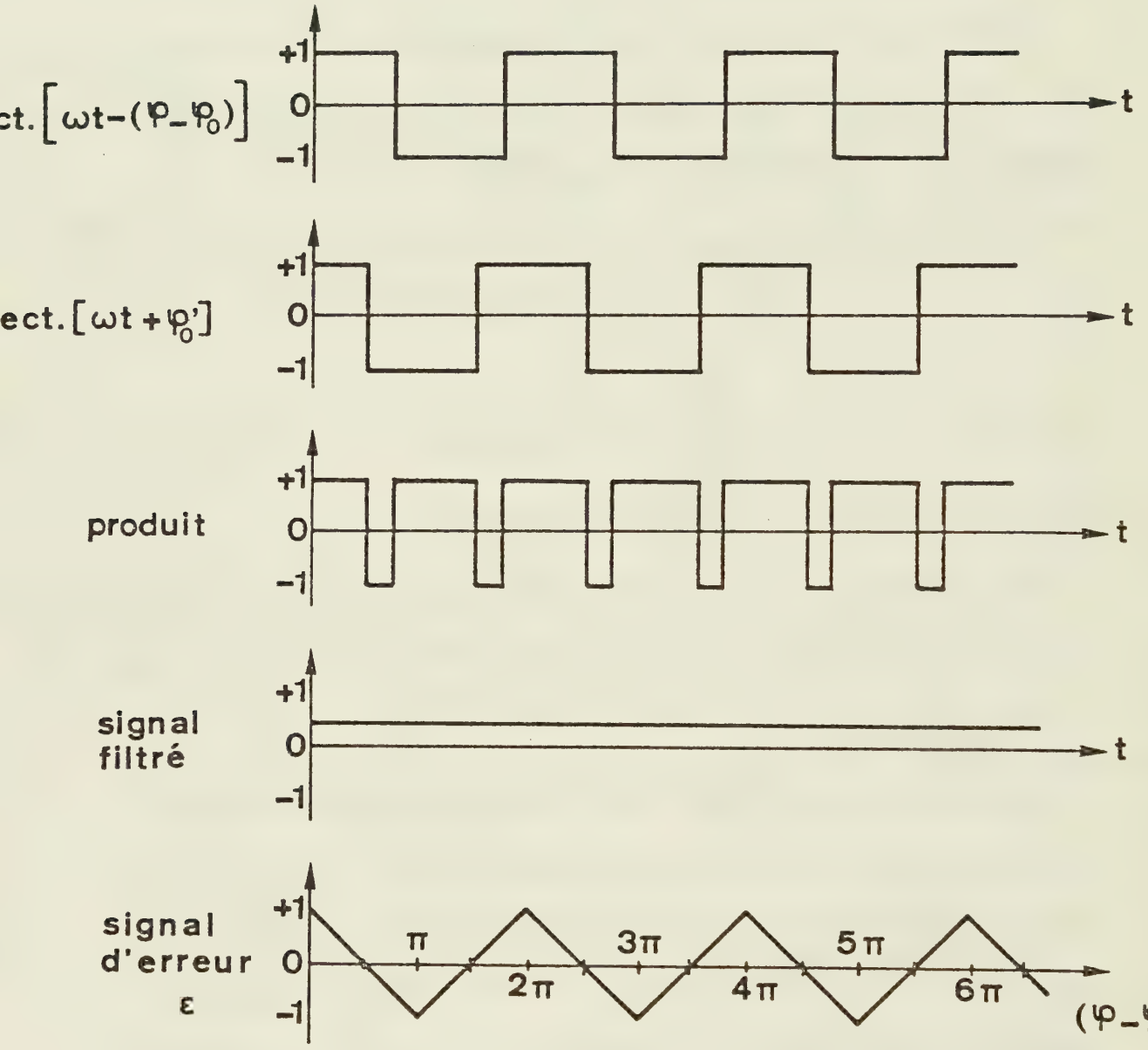


figure : 7

Détection de phase .

Ce signal est mis en forme pour obtenir un signal rectangulaire périodique :

$$\text{rect}[\omega t + (\varphi - \varphi_0)] \quad . \qquad (4)$$

Ensuite, nous effectuons la détection de phase de ce dernier signal par un signal de référence :

$$\text{rect}[\omega t + \varphi_0'] \qquad (5)$$

provenant également du générateur de fréquence (voir paragraphe 2).

Cette dernière opération consiste à multiplier les signaux électriques (4) et (5) entre eux et moyenner le produit ainsi obtenu (fig. 7). On obtient alors un signal ε proportionnel (décroissant) à $[\varphi - (\varphi_0 - \varphi_0')]$ pour $[\varphi - (\varphi_0 - \varphi_0')]$ variant de 0 à π et directement proportionnel à $[\varphi - (\varphi_0 - \varphi_0')]$ entre π et 2π .

Ce dernier signal constitue le signal d'erreur ε utilisé pour asservir la fréquence du laser accordable (cf. Introduction : $\varphi - (\varphi_0 - \varphi_0') = 0 \Rightarrow \varphi = \varphi_0 - \varphi_0' = \text{cste}$) .

c) Remarque.

La rapidité de l'asservissement n'est pas limitée par ce traitement puisque la modulation utilisée ici est purement électronique et ne fait pas intervenir de pièce mécanique en mouvement. Cette modulation peut être aussi élevée qu'on le désire et, donc, le temps de réponse du signal d'erreur ε d'autant plus faible (ce qui n'est pas le cas d'autres systèmes utilisant par exemple un interféromètre de Fabry-Pérot balayable).

2) Balayage digital de $\varphi = 2\pi\sigma\delta$.

Les différents signaux électriques $\cos(\omega t + \varphi_0)$, $\sin(\omega t + \varphi_0)$ et $\text{rect}(\omega t + \varphi'_0)$ utilisés lors de ce traitement électronique, ainsi que le balayage pas à pas de la phase φ sont obtenus par un système électronique entièrement digital de la manière suivante (fig. 6) :

a) Signaux de modulation et de référence.

Un oscillateur "0" (fig. 6) envoie des impulsions de fréquence 8 MHz à l'entrée de deux diviseurs électroniques par 80 "D_1 , D_2" identiques. A chaque sortie nous obtenons donc un signal rectangulaire de fréquence 100 KHz. Le signal issu de D_2 : $\text{rect}[\omega t + \varphi'_0]$ constitue le signal de référence utilisé à la détection de phase.

Si l'on retranche une impulsion à l'entrée du diviseur D_1 (entrée "down") on reculera la phase φ_0 du signal de sortie de référence. De la même façon, si l'on ajoute une impulsion à l'entrée de ce même diviseur on avancera, de la même quantité, la phase du signal de sortie par rapport au signal de référence. En fait, il est plus facile électroniquement de retrancher des impulsions plutôt que d'en ajouter "au bon moment", c'est-à-dire entre deux impulsions de l'oscillateur à 8 MHz (ces impulsions ayant une certaine largeur, il est difficile d'intercaler des impulsions supplémentaires). Pour cette raison, et afin de réaliser une avance relative de la phase du signal de sortie $\text{rect}(\omega t + \varphi_0)$ par rapport au signal de référence, on prefère retrancher des impulsions à l'entrée du diviseur D_2

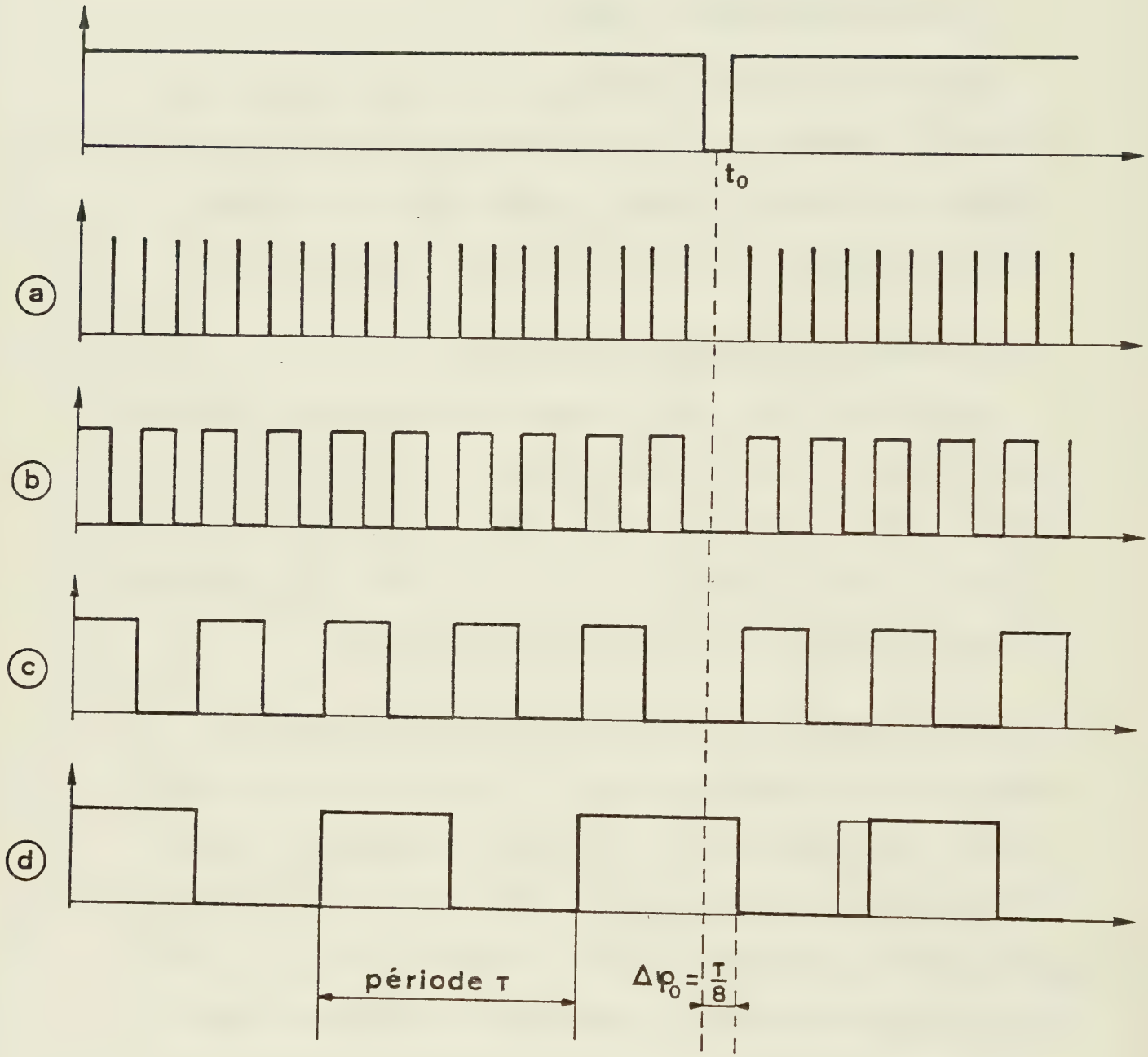


figure : 8a

Principe du balayage de la fréquence du laser par décalage de la phase φ_0 .

(entrée "up") reculant ainsi la phase φ'_0 du signal de référence $\text{rect}(\omega t + \varphi'_0)$ de 1/80ème de période pour chaque impulsion retranchée.

La figure 8a donne une idée plus claire du phénomène dans le cas d'une division par 8 lorsque l'on retranche une impulsion à $t = t_0$ (dans notre cas il faudrait encore diviser par 10 afin d'effectuer des $\Delta \varphi_0 = \frac{2\pi}{80}$).

b) Filtrage.

A partir du signal $\text{rect}(\omega t + \varphi_0)$ issus de D_1 nous formons deux signaux périodiques en quadrature de phase qui, une fois filtrés (suppression des harmoniques 3F, 5F, etc...), fournissent les deux signaux

$$\cos(\omega t + \varphi_0) \qquad \text{et} \qquad \sin(\omega t + \varphi_0)$$

envoyés aux entrées b_1 et b_2 des multiplieurs (fig. 6).

c) Balayage.

De la relation $\varphi = \varphi_0 - \varphi'_0$, obtenue lors de l'asservissement, nous voyons clairement qu'en retranchant des impulsions à l'entrée "up" ou à l'entrée "down" nous décalons digitalement la phase φ soit positivement, soit négativement ; la valeur de chaque pas correspondant à un $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{80}$, il faut 80 impulsions pour faire décrire un tour complet au spot sur l'écran d'affichage. Nous avons vu qu'un tour correspond à une variation $\Delta\sigma$ du nombre d'ondes égale à $\frac{1}{\delta}$, soit pour $\delta = 50$ cm :

$$\Delta\sigma = 20 \text{ mK} \quad (\Rightarrow \Delta\nu = 600 \text{ MHz }).$$

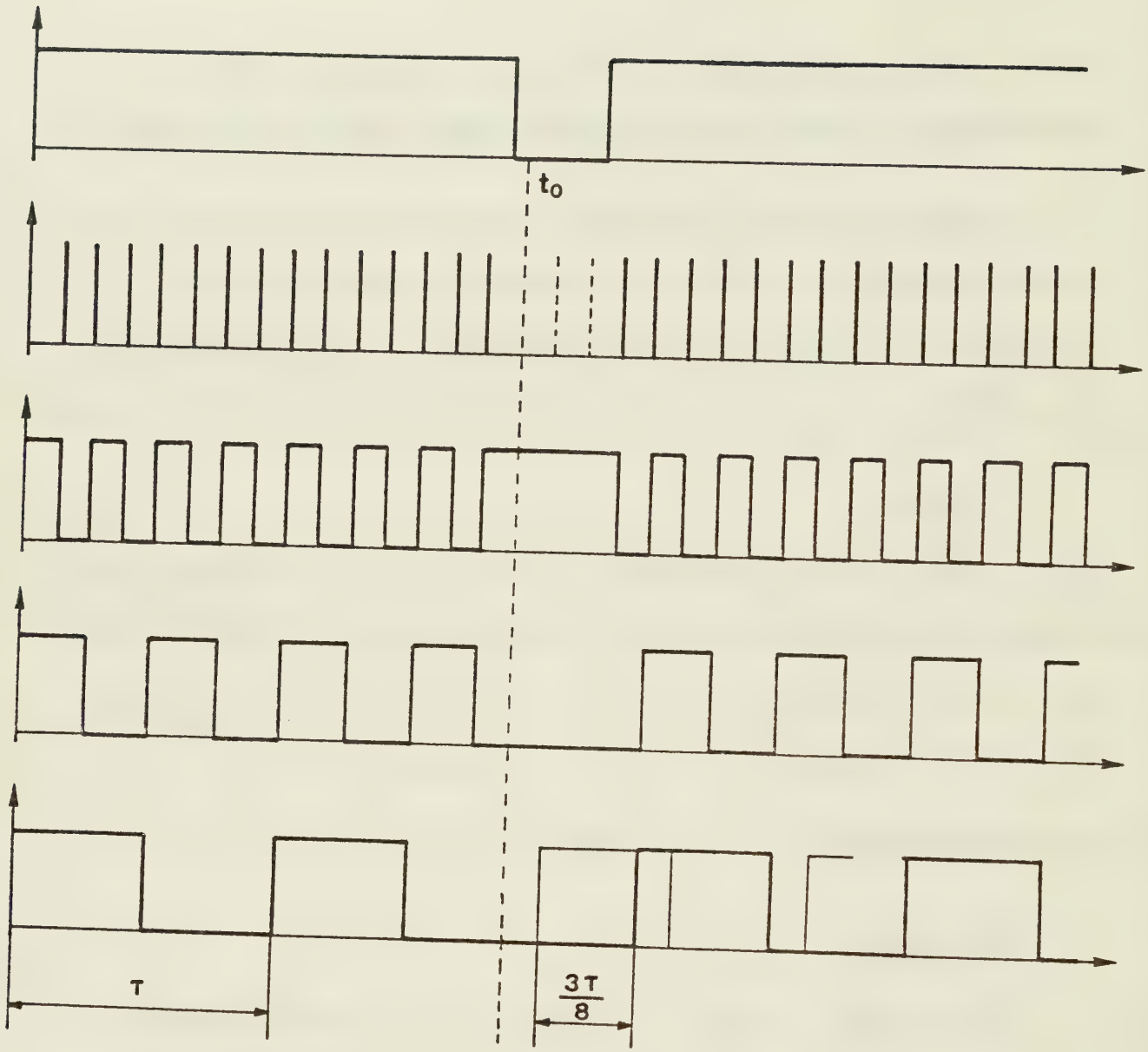


figure : 8b

Obtention de pas de différentes valeurs.

Chaque impulsion déplace donc la fréquence du laser de

$$\pm \frac{600}{80} = \pm 7{,}5 \text{ MHz} .$$

3) Commandes de balayage.

a) Possibilité de commande.

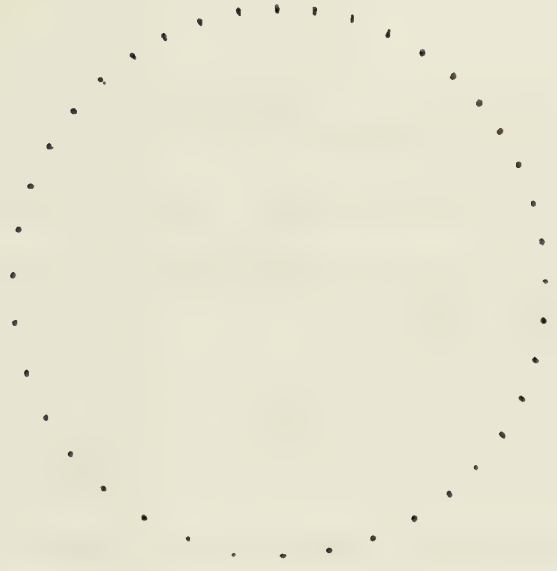
Ces impulsions supplémentaires peuvent être commandées soit extérieurement, soit manuellement (coup par coup), ou encore automatiquement.

b) Cadences.

En position automatique, elles sont pilotées par une horloge électronique stable dont on peut choisir différentes cadences, ce qui permet d'effectuer des balayages linéaires à différentes vitesses soit positivement (position "up" ou avance), soit négativement (position "down" ou recul).

c) Différentes valeurs des pas.

On peut choisir également différentes valeurs de pas ; il suffit pour cela d'élargir les impulsions "up" ou "down" à l'entrée des diviseurs par 80, retranchant ainsi d'un seul coup une ou plusieurs impulsions de l'oscillateur à 8 MHz, ce qui permet d'effectuer des pas de n . 7,5 MHz (fig. 8b). Dans notre cas n varie de 1 à 6. Ce système nous donne de nombreuses possibilités dans le choix de la combinaison : vitesse de balayage, valeur d'un pas. La figure (9a, b) nous montre deux enregistrements effectués avec deux types de balayage correspondant



9A

9B

Figure 9

9A : enregistrement photographique de l'écran d'affichage lors d'un balayage digital de la fréquence du laser (15 MHz par pas) .

9B : pas de 30 MHz .

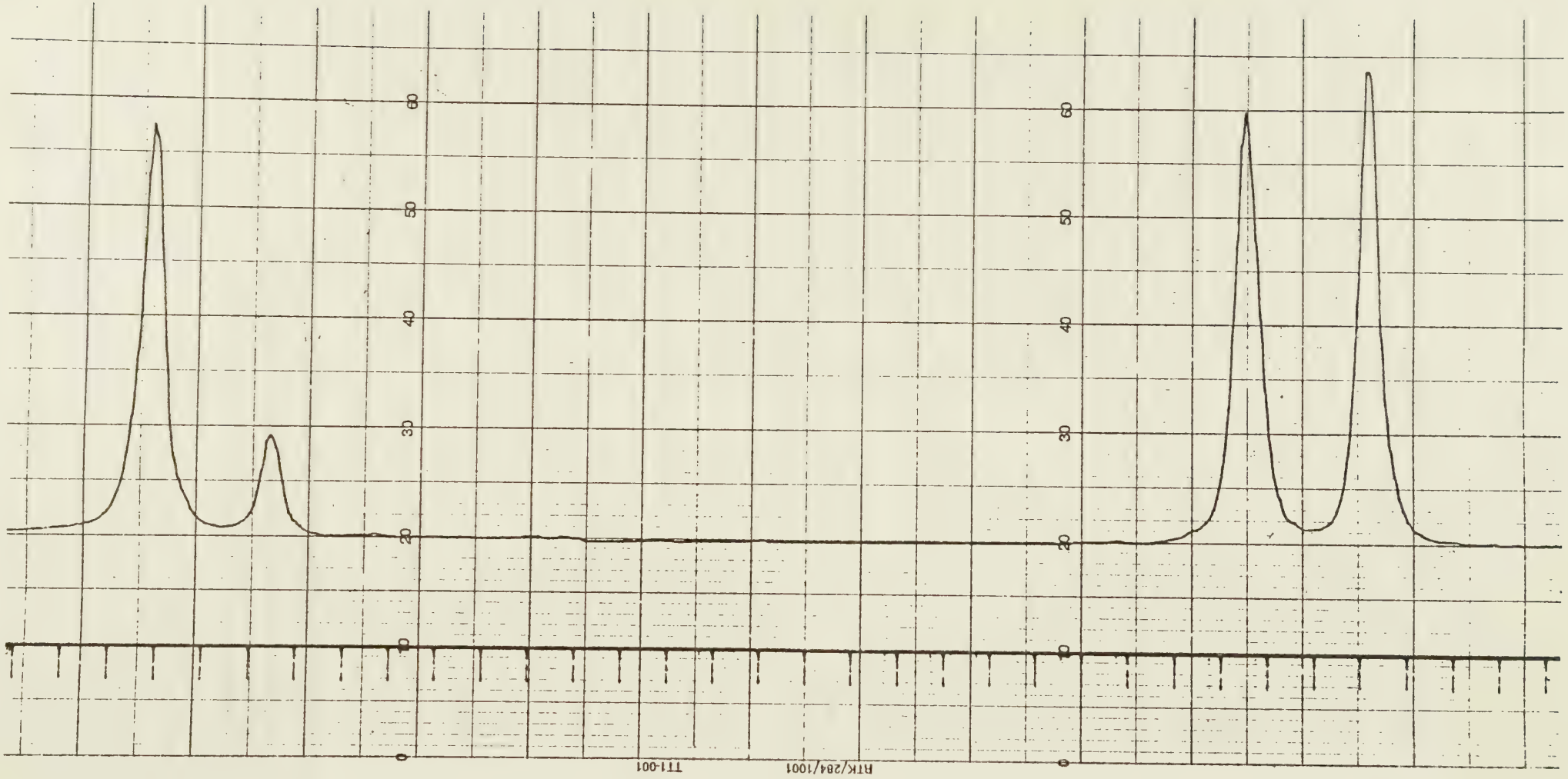


figure : 10

Enregistrement simultané de la structure hyperfine de la raie D_1 du sodium
et des tops de calibration fournis par l'électronique d'asservissement (distance entre deux tops : 75 MHz)

respectivement à des pas de 15 et 30 MHz. Dans la photo 9a le balayage de la fréquence du laser a été effectuée sur 3 GHz environ, ce qui correspond à 5 tours superposés. On peut apprécier la bonne reproductibilité tour après tour.

d) Compteur de pas.

L'utilisation d'un compteur de pas est un moyen commode d'effectuer avec précision des déplacements de fréquence permettant ainsi de se centrer rapidement sur l'une ou l'autre fréquence du laser accordable correspondant à telle ou telle transition atomique hyperfine.

e) Tops pour enregistreur.

Il est également très facile, lors d'un enregistrement spectral, d'enregistrer simultanément les impulsions supplémentaires commandant l'avance de la fréquence du laser, ce qui nous fournit donc directement une échelle linéaire de fréquence. En fait, il est inutile d'enregistrer chacune de ces impulsions ; aussi, l'adjonction d'un diviseur supplémentaire par 10 permet de n'obtenir qu'un seul "top" pour 10 pas effectifs du laser. La figure (10) montre l'exemple d'un tel enregistrement correspondant à la structure hyperfine de la raie D_1 du sodium 23 et effectué à l'aide d'un jet atomique [10] et du laser à colorant (auquel nous avons associé ce nouveau système d'asservissement) conçu et réalisé au Laboratoire Aimé Cotton par J. Pinard et S. Liberman [1].

III. Autres applications.

1) Cas de deux lasers asservis.

Certaines expériences de physique atomique peuvent nécessiter deux (ou plusieurs) lasers dont les fréquences ν_1 et ν_2 sont variables, bien qu'obéissant à une loi simple telle que $\nu_1 + \nu_2 = cte$; c'est le cas, par exemple, de l'étude d'une transition à deux photons en fonction de la position du niveau intermédiaire virtuel par rapport aux niveaux résonnants voisins.

Ce type d'expérience peut être réalisé simplement à l'aide de notre sigmamètre de la manière suivante :

Les deux lasers traversent le même appareil , mais chacun d'eux possède un système de détection et une électronique propres permettant de les asservir indépendamment. On peut également n'utiliser qu'une seule électronique et un seul système de détection dans la mesure où ceux-ci sont combinés avec un système d'échantillonnage synchrone afin de découpler les signaux d'erreurs ε_1 et ε_2 correspondant respectivement à chacun des lasers.

Dans un cas comme dans l'autre la partie commune intéressante est constituée par l'interféromètre traversé par chacun des faisceaux lasers et dont la différence de marche δ est identique pour les deux radiations si les deux faisceaux sont confondus.

Chaque laser étant asservi indépendamment, nous pouvons à volonté :

- maintenir la fréquence du premier fixe et balayer celle du second,
- balayer chacune des fréquences mais l'une positivement et l'autre négativement, de manière à maintenir leur somme constante,
- ou encore, de manière générale, réaliser n'importe quelle combinaison $a\,\omega_1 + b\,\omega_2 = \text{cste}$.

Comme deuxième exemple, prenons le cas d'une expérience de battement de fréquence entre deux lasers de fréquences voisines. Avec cette méthode nous pouvons facilement faire varier linéairement la fréquence de battement, et ceci sur un très grand domaine spectral puisque chacun des lasers accordables peut être balayé continûment jusqu'à une vingtaine de GHz.

Remarque :

Dans le cas où les deux faisceaus ne seraient pas parfaitement confondus ou parallèles, les différences de marche vues par chaque radiation ne seraient pas rigoureusement identiques. Toutefois, la différence de marche moyenne étant très grande (dans notre cas 50 cm) l'erreur commise sur la valeur de chaque pas lors du balayage de la fréquence des lasers peut parfaitement être négligée ; en effet, prenons le cas d'une erreur $(\delta_2 - \delta_1) = 0{,}1$ mm (cas très pessimiste) :

$$\Delta\sigma = \frac{1}{\delta} \quad \text{pour un tour complet,}$$

$$d\Delta\sigma = \frac{d\delta}{\delta^2} \quad \text{soit} \quad d\Delta\sigma = \frac{10^{-2}}{50.50} = 4.10^{-6} \ \text{cm}^{-1}/\text{tour}$$

ce qui correspond à une erreur totale de 0,12MHz pour un balayage de 600 MHz !

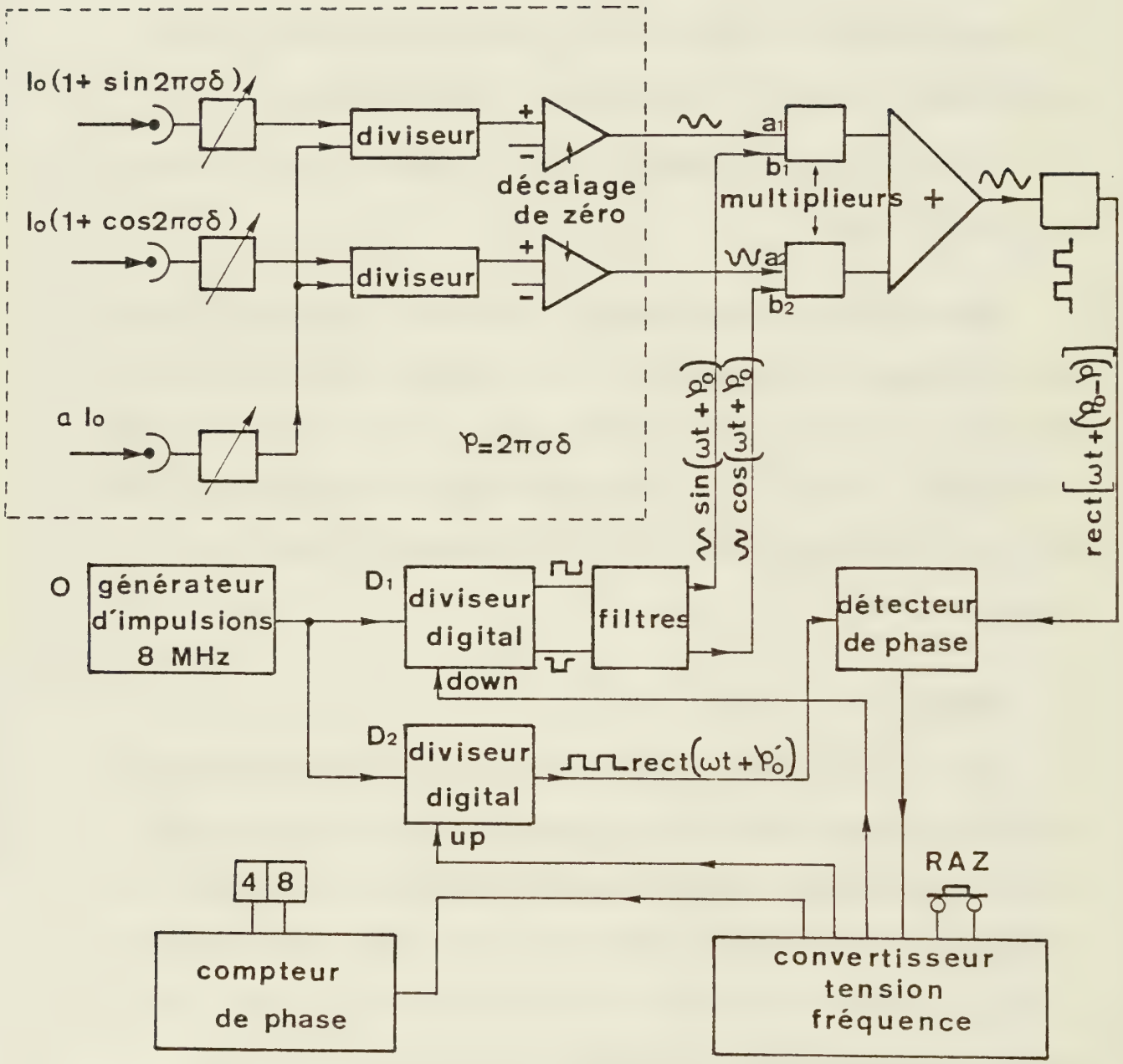


figure : 11

Schéma synoptique de l'électronique de mesure.

En conclusion, l'emploi de plusieurs lasers asservis sur un même sigmamètre peut être très intéressant pour toute expérience spectroscopique faisant intervenir plusieurs niveaux atomiques en interaction avec les différents rayonnements lasers, ce qui augmente encore le champ d'applications de l'appareil.

2) Mesure de $\varphi = 2\pi\sigma\delta$.

L'électronique d'asservissement telle qu'elle a été décrite en tête de ce chapitre permet, moyennant une modification simple, d'être utilisée comme mesureur digital de la phase $\varphi = 2\pi\sigma\delta$ donnée par chaque interféromètre du sigmamètre (ce qui intéresse donc plus particulièrement l'aspect "mesure" de l'instrument).

La mesure digitale des différentes phases φ permet un traitement électronique automatique des données (réalisé par simple calculateur) en vue d'un affichage numérique direct du nombre d'ondes mesuré.

Nous allons décrire brièvement ce système qui permet de faire cette mesure digitale.

Les signaux $\cos\varphi$ et $\sin\varphi$ (issus de l'interféromètre) sont traités par une électronique analogue à celle décrite précédemment et schématisée sur la figure (11). Cette fois le signal d'erreur $\varepsilon = (\varphi - \varphi_0)$ est utilisé pour imposer (par un asservissement interne) à φ_0 (phase électronique) d'être égale à φ (phase optique) :

- par une commande manuelle (ou automatique) on effectue une remise à zéro de la phase φ_0 ,

- puis une horloge électronique envoie des impulsions à l'entrée "up" jusqu'à ce que $(\varphi - \varphi_0)$ soit égale à zéro (condition de l'asservissement),

- en comptant le nombre d'impulsions ainsi déclenchées, nous obtenons la partie entière multiple de $\frac{2\pi}{80}$ de la phase φ ,

- traitant de la même façon les signaux issus des différents interféromètres, on obtient les valeurs des différentes phases, lesquelles, analysées par un petit calculateur, fourniront indifféremment la valeur de la fréquence ν , du nombre d'ondes σ ou de la longueur d'onde λ .

CHAPITRE IV

PRECISION DE LA METHODE, CALCULS D'ERREURS

I. Introduction.

Les différentes sources d'erreurs qui limitent les performances du sigmamètre peuvent être classées en deux catégories :

1) D'une part celles qui intéressent plus particulièrement l'instrument utilisé comme pilote de la fréquence des lasers à longueur d'onde variable, c'est-à-dire dans le cas particulier où l'appareil ne doit rester réglé que sur une faible plage de fréquence et la précision relative demandée n'est que de l'ordre de quelques 10^{-3}.

Ces premières erreurs, que nous décrivons en détail au paragraphe suivant, sont dues à certains types de réglages soit de l'électronique, soit de l'optique et entraînent des inexactitudes dans le système électronique digital analysant le nombre d'ondes σ en fonction de la phase $\varphi = 2\pi\sigma\delta$ donnée par chaque interféromètre et affichée sur les écrans d'oscilloscope. Ceci entraîne, bien entendu, des erreurs sur la valeur des pas lors du balayage digital de la fréquence du laser accordable.

Nous terminerons ce paragraphe par une petite partie consacrée à la description d'une méthode de réglage nous permettant de minimiser ce type d'erreurs, ce qui permet d'améliorer la linéarité du balayage digital de la phase $\varphi = 2\pi\sigma\delta$ et donc la précision sur la mesure d'écart relatif entre deux fréquences voisines.

2) D'autre part, dans le cas du sigmamètre utilisé comme mesureur absolu de nombre d'ondes, les conditions d'utilisation sont beaucoup plus sévères car on demande une précision relative de l'ordre de 10^{-8}.

Outre les erreurs mentionnées ci-dessus, d'autres causes d'erreurs, qui limitent la précision finale des mesures absolues, apparaissent et seront décrites dans le paragraphe III.

Elles sont dues :

- aux caractéristiques géométriques du faisceau traversant l'interféromètre (axe optique mal défini ou changeant en fonction de λ),
- à la détermination de l'origine des phases sur les écrans d'affichage également en fonction de la longueur d'onde (achromatisme non parfait),
- à l'utilisation de faisceaux gaussiens assimilés à des ondes planes,
- et, enfin, à la précision des mesures des différences de marche.

Remarque : Toutes ces erreurs n'affectent pas la linéarité de balayage digital de la phase $\varphi = 2\pi\sigma\delta$ dans le cas de l'utilisation du sigmamètre comme pilote de la fréquence des lasers accordables. Nous

verrons également que les erreurs mentionnées pour ce type d'utilisation de l'instrument n'interviennent, en fait, que très peu dans la limitation de la précision finale des mesures absolues, ce qui justifir le partage des différentes sources d'erreurs en deux catégories.

II. Erreurs entraînant des inexactitudes dans le balayage digital de la phase $\varphi = 2\pi\sigma\delta$.

Pour étudier ces erreurs, nous supposons que les signaux donnés par les détecteurs sont des fonctions parfaitement sinusoïdales de σ ; dans ces conditions, de telles erreurs apparaissent lorsque la courbe dessinée par le spot sur les écrans d'affichage n'est pas un cercle centré ou lorsque le traitement électronique permettant l'asservissement présente quelques défauts.

Nous verrons que ces erreurs ont un caractère périodique, c'est-à-dire qu'à chaque tour du spot sur l'écran lors d'un balayage asservi, la somme des erreurs effectuées sur chacun des pas est nulle.

1) Décentrage.

a) Source d'erreur.

Un tel défaut apparaît essentiellement lors d'une mauvaise soustraction de la composante continue dans les relations :

$$I_0(1+\cos 2\pi\sigma\delta)$$

et $$I_0(1+\sin 2\pi\sigma\delta) \quad .$$

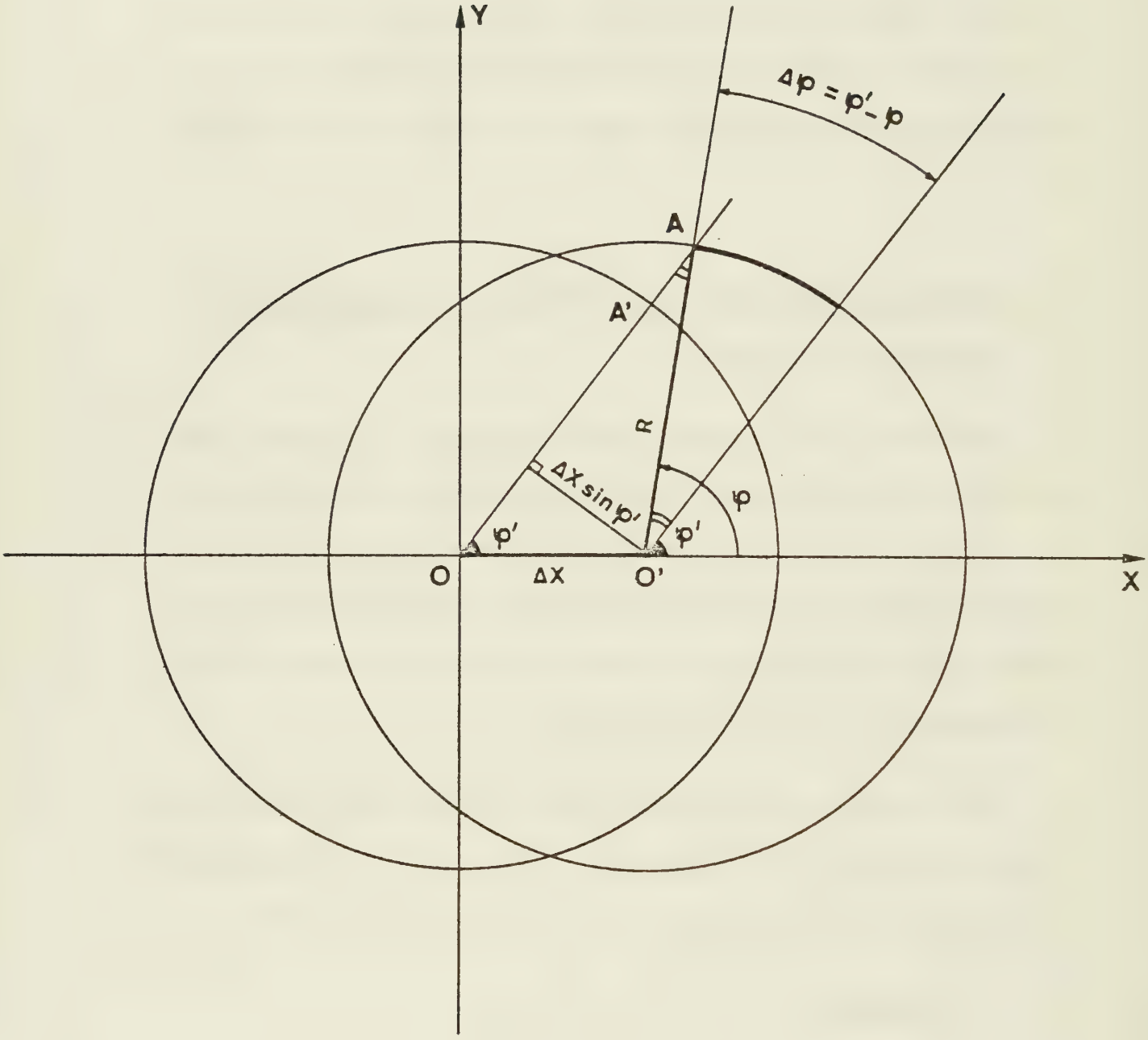


figure : 12

Erreur de phase dans le cas d'un défaut de décentrage.

Il s'agit donc d'un réglage purement électronique. Si celui-ci n'est pas effectué de manière satisfaisante, le cercle décrit par le spot sur l'écran d'affichage lors du balayage de la fréquence du laser apparaît décentré.

b) Calcul d'erreur.

Soit O' le centre de ce cercle et O celui de l'écran de l'oscilloscope (fig. 12). Il est très facile d'évaluer l'erreur $\Delta\varphi = \varphi' - \varphi$ en fonction d'un certain décentrage égal à Δx ; φ représente la phase réelle donnée par l'interféromètre et φ' celle "vue" par l'électronique d'asservissement (ou de mesure) :

En effet, la modulation des signaux $\cos\varphi$ et $\sin\varphi$ $(\varphi = 2\pi\sigma\delta)$ par des signaux électriques respectivement égaux à $\cos(\omega t + \varphi_0)$ et $\sin(\omega t + \varphi_0)$ s'effectue en fait sur des signaux quasi constants $(\varphi = 2\pi\sigma\delta$; δ est fixe et σ lentement variable par rapport à $\omega)$. A ce stade de l'opération il n'y a donc aucun moyen de savoir si les signaux $\cos\varphi$ et $\sin\varphi$ sont parfaitement centrés par rapport à la valeur 0 ou s'ils présentent une composante continue. En fait, deux signaux d'amplitudes a et b quelconques à l'entrée des multiplieurs seront immédiatement interprétés comme étant respectivement égaux à :

$$a = \sqrt{a^2+b^2} \cdot \cos\Psi$$

$$\text{et} \qquad b = \sqrt{a^2+b^2} \cdot \sin\Psi \qquad \text{avec} \quad \Psi = \operatorname{arctg}\frac{b}{a} \quad .$$

Dans la suite des opérations le terme d'amplitude $\sqrt{a^2+b^2}$ n'agit plus (on transforme la somme des signaux issus des multiplieurs

en signal rectangulaire d'amplitude constante), seul le terme de phase Ψ intervient.

Dans notre cas (fig. 12) tout se passe donc comme si l'électronique d'asservissement ou de mesure (si celle-ci est bien réglée) assimilait chaque point de ce cercle décentré comme appartenant à un cercle centré en O . Cette électronique ne fera donc pas de différence entre le point A et le point A' d'où l'erreur $\Delta\varphi$.

Pour φ quelconque nous avons :

$$\sin(\Delta\varphi) = \frac{\Delta x}{R} \sin \varphi$$

et pour de faibles valeurs de $\Delta\varphi$

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{R} \sin \varphi \quad .$$

Cette erreur est donc périodique en φ , elle est nulle en $\varphi = 0$ ou π et maximale en $\frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2}$ (pour un décentrage suivant l'axe des x pris comme exemple).

Finalement : $$\boxed{\Delta\varphi \text{ max} = \frac{\Delta x}{R}} \quad . \qquad (6)$$

Avec un cercle de 30 mm de rayon nous aurons donc une erreur $\Delta\varphi$ inférieure à un centième de tour pour un décentrage $\Delta x < 1{,}9$ mm ; nous verrons au paragraphe 4) comment effectuer des centrages avec une meilleure précision.

c) Remarque.

Une autre cause (moins importante) de décentrage peut apparaître

si la division par I_0 n'est pas effectuée de manière rigoureuse (zéro des différents amplificateurs ou diviseurs mal réglés) ; on divise alors par I_0 plus une constante, ce qui déplace le cercle suivant la première bissectrice des axes OX et OY lorsque I_0 varie lors d'un balayage de la fréquence du laser.

Pour s'affranchir de ce défaut il suffit, par un asservissement très simple, de contrôler l'intensité du faisceau laser à l'entrée du sigmamètre. Le temps de réponse de cet asservissement n'a pas besoin d'être rapide puisque de telles fluctuations sont lentes et n'apparaissent que lors d'un balayage de la fréquence du laser sur un très grand domaine spectral (> 10 GHz) ou bien lorsque l'on change sa longueur d'onde (on peut, par exemple, contrôler l'intensité du laser à colorant en agissant directement sur celle du laser pompe).

2) Ellipticité.

a) Sources d'erreurs.

Les différentes causes d'erreurs apportant une déformation du cercle sur les écrans d'affichage ont diverses origines et varient suivant le type d'appareil utilisé (couche déphasante ou prisme à réflexion totale).

α) Electronique.

Ces erreurs peuvent tout d'abord être dues à de mauvais réglages électroniques : des gains différents entre les deux signaux $I_0(1+\cos 2\pi\sigma\delta)$ et $I_0(1+\sin 2\pi\sigma\delta)$ issus des détecteurs à la sortie

de chaque interféromètre (ou issus des adaptateurs d'impédance correspondants) fourniront, après soustraction de la composante continue, deux signaux du type $\alpha \cos(2\pi\sigma\delta)$ et $\beta \sin(2\pi\sigma\delta)$ aux entrées X et Y de l'oscilloscope (ainsi qu'aux entrées de l'électronique d'asservissement). Au lieu d'un cercle nous avons une ellipse ayant pour axes de symétrie les axes X et Y de l'écran d'affichage et dont les paramètres a et b (rayons maximum et minimum de l'ellipse) sont respectivement égaux à α et β .

β) Optique.

Les mauvais réglages optiques agissent plus particulièrement sur le déphasage $\Delta\varphi$ entre les signaux optiques issus de chaque interféromètre double. Nous avons déjà décrit au chapitre II deux méthodes permettant de réaliser le déphasage souhaité $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ afin d'obtenir deux signaux en quadrature de phase $\cos\varphi$ et $\sin\varphi$ $(\varphi = 2\pi\sigma\delta)$. Rappelons les différentes causes d'erreurs qui entraînent un $\Delta\varphi$ différent de $\frac{\pi}{2}$:

- Avec le premier type d'appareil, il peut s'agir d'une mauvaise orientation de la couche déphasante (nous avons vu que le déphasage dépendait fortement de cette orientation) ou bien d'un mauvais réglage du parallélisme du miroir M_2 ou miroir M_1 à travers la séparatrice ;

- Nous avons vu que le second type d'appareil était beaucoup moins sensible à de tels déréglages. Bien que l'orientation du prisme à réflexion totale soit effectuée de manière précise et une fois pour toutes elle constitue tout de même une première source d'erreur

possible. Viennent ensuite les orientations des différents polariseurs soit aux entrées des interféromètres, soit à leurs sorties ; chacune d'elles peut introduire une erreur sur le déphasage entre les signaux sortant de chaque interféromètre ;

- De telles erreurs apporteront une déformation du même type que celle décrite en α) mais cette fois les axes de symétrie de l'ellipse seront orientés à 45° par rapport aux axes X, Y de l'écran d'affichage

Chacune des déformations α) et β) conduit donc à un même type de calcul d'erreur ; toutefois le cas β) est un peu plus complexe à traiter car les paramètres a et b de l'ellipse doivent être reliés à l'erreur ε commise sur le déphasage. Nous étudierons donc simplement le cas β), les résultats de α) étant en fait inclus dans celui-ci.

b) Calcul d'erreur.

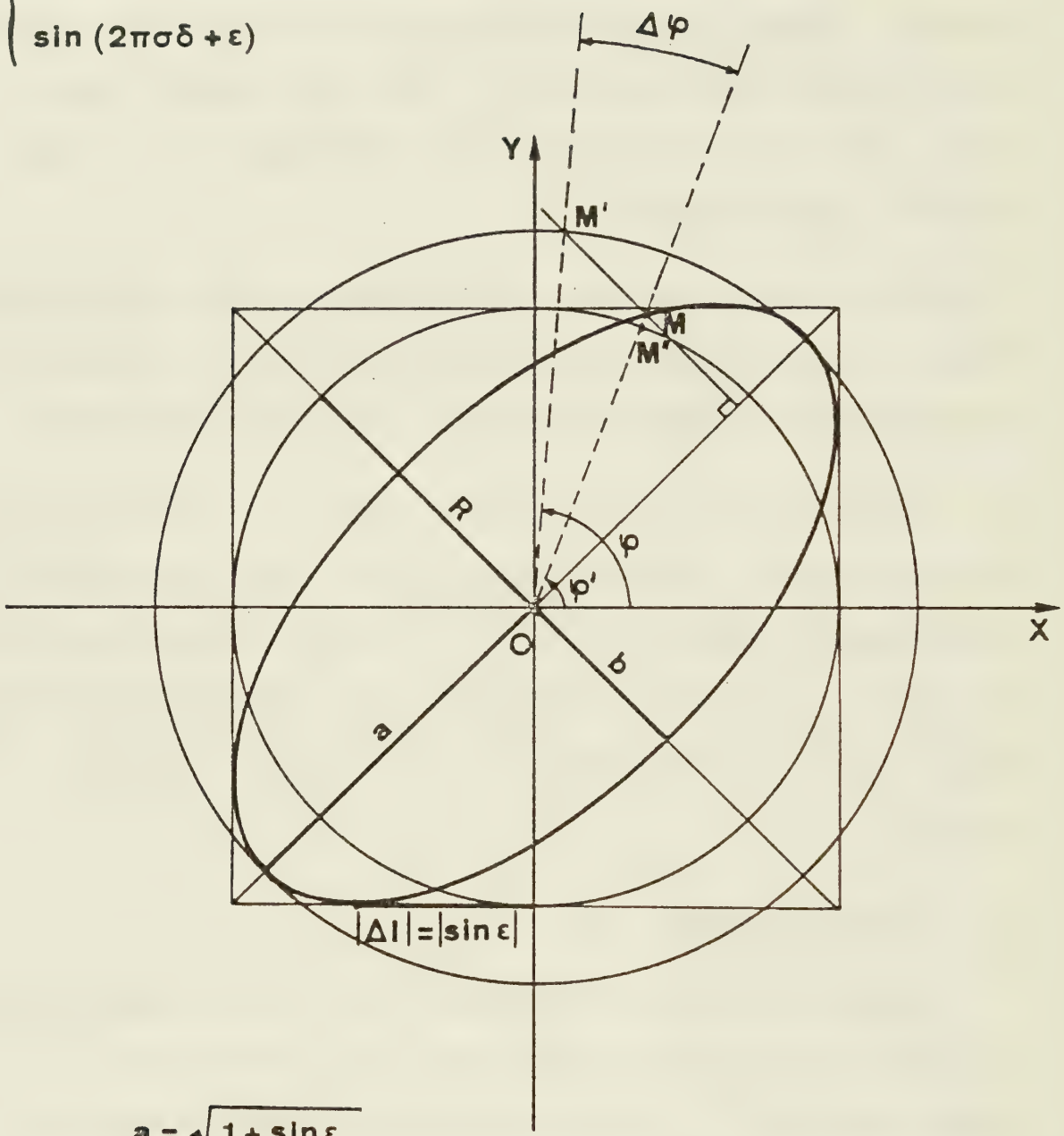
Prenons donc le cas où le déphasage entre les deux signaux analysés à la sortie de chaque interféromètre n'est pas exactement $\frac{\pi}{2}$. Après division par I_0 et soustraction de la composante continue, nous aurons deux signaux du type :

$$\left| \begin{array}{l} \cos (2\pi\sigma\delta) \\ \sin (2\pi\sigma\delta + \varepsilon) \end{array} \right. \qquad (7)$$

où ε représente l'erreur commise sur le déphasage.

Dans ce cas le cercle de rayon R se transforme en une ellipse (fig. 13). On montre assez facilement que, quel que soit ε, cette

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} \cos(2\pi\sigma\delta) \\ \sin(2\pi\sigma\delta + \varepsilon) \end{cases}$$



$$a = \sqrt{1 + \sin\varepsilon}$$

$$b = \sqrt{1 - \sin\varepsilon}$$

figure : 13

Erreur de phase dans le cas d'un défaut d'ellipticité.

ellipse sera toujours inscrite dans un carré de côté $2R$ et que les diagonales de ce carré sont axes de symétrie de l'ellipse. D'autre part, un calcul très simple montre que les paramètres a et b caractérisant l'ellipse sont respectivement égaux à :

$$\left| \begin{array}{l} \frac{a}{R} = \sqrt{1+\sin\varepsilon} \\ \\ \frac{b}{R} = \sqrt{1-\sin\varepsilon} \end{array} \right. \qquad (8)$$

et la distance $\Delta\ell$ entre l'un des points de tangence de l'ellipse au côté du carré et l'un des axes de celui-ci est égal à :

$$\frac{\Delta\ell}{R} = \sin\varepsilon \quad . \qquad (9)$$

Dans un système d'axes orientés à 45° par rapport aux axes du carré (axes de l'ellipse) l'équation de cette ellipse peut s'écrire :

$$\frac{1}{R^2}\left(\frac{x^2}{1+\sin\varepsilon}+\frac{y^2}{1-\sin\varepsilon}\right) = 1 \qquad (10)$$

Une façon de caractériser l'amplitude de cette ellipticité consiste à évaluer la distance $(a-b)$. Nous verrons au chapitre 4) comment visualiser directement cette distance. De la relation (8) nous tirons directement :

$$\boxed{\frac{(a-b)}{R} = \sqrt{1+\sin\varepsilon} - \sqrt{1-\sin\varepsilon} = 2\sin\frac{\varepsilon}{2}} \qquad (11)$$

Nous pouvons maintenant calculer l'erreur $\Delta\varphi$ maximum commise sur la lecture de la phase $\varphi = 2\pi\sigma\delta$ en fonction de l'erreur ε . La figure 13 nous montre quelle est cette erreur pour un certain ε et pour φ quelconque. Comme précédemment (1)), φ représente la

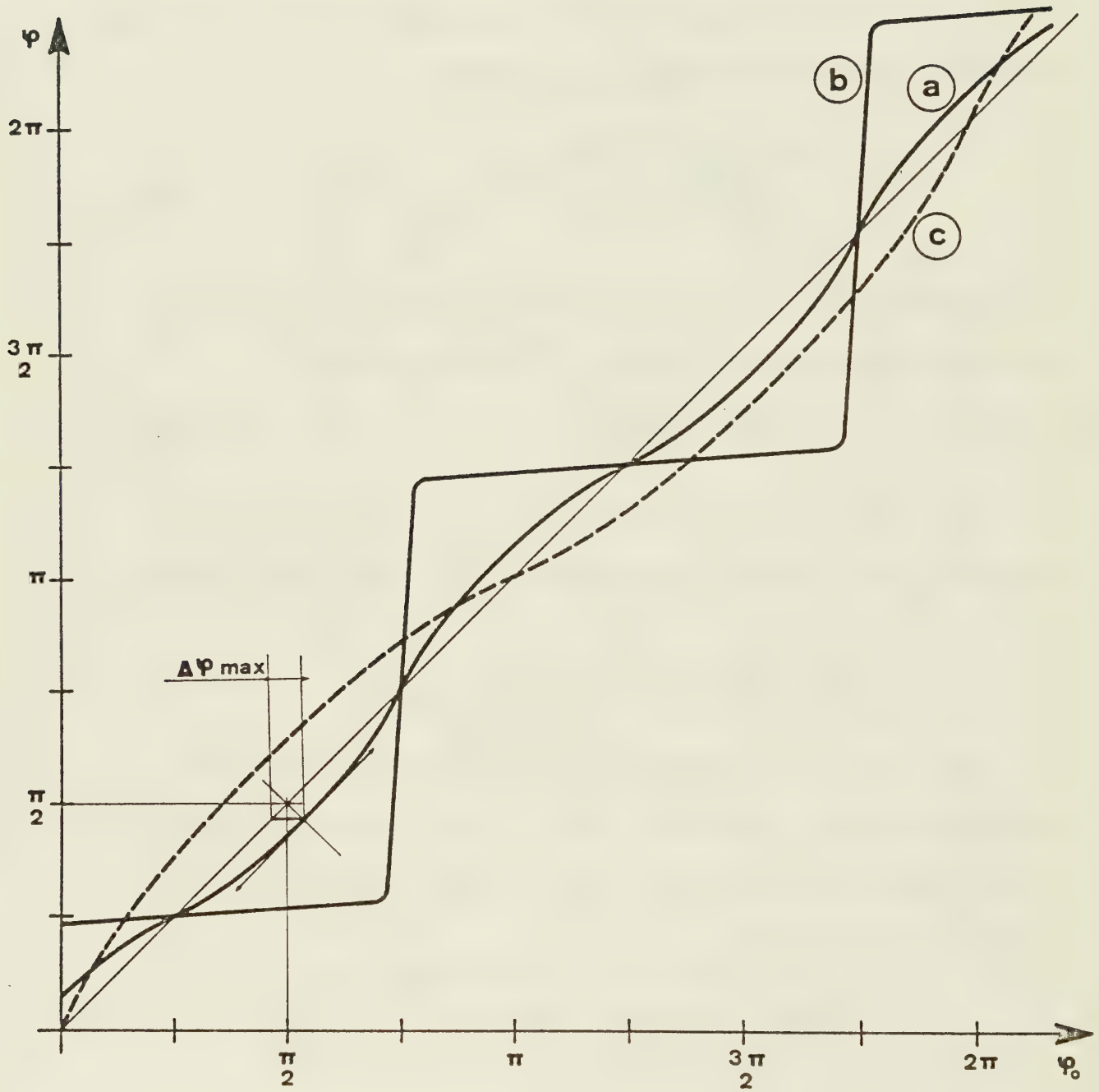


figure : 14

Variation de φ en fonction de φ_0 :
a-b) dans le cas d'un défaut d'ellipticité (ⓐ ε_{petit} , ⓑ ε_{grand}) (——)
c) dans le cas d'un défaut de décentrage (- - - - -) .

phase exacte donnée par l'interféromètre et φ' la phase effectivement "vue" par l'électronique d'asservissement (ou de mesure).

Nous voyons que $\Delta\varphi$ a effectivement un caractère périodique :

pour $\varphi' = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $\Delta\varphi = 0$;

d'autre part

pour $\frac{\pi}{4} < \varphi_0 < \frac{3\pi}{4}$, $\varphi_0 > \varphi$

$\frac{3\pi}{4} < \varphi_0 < \frac{5\pi}{4}$, $\varphi_0 < \varphi$

$\frac{5\pi}{4} < \varphi_0 < \frac{7\pi}{4}$, $\varphi_0 > \varphi$

$\frac{7\pi}{4} < \varphi_0 < \frac{\pi}{4}$, $\varphi_0 < \varphi$.

La fréquence de cette erreur est donc double de celle due à un décentrage (fig. 14). Des relations (8), (9) et (10) on peut tirer :

$$(\varphi' - \frac{\pi}{4}) = \text{Arc cos}\left(\frac{\frac{1-\sin\varepsilon}{1+\sin\varepsilon}}{\text{tg}^2(\varphi_0 - \frac{\pi}{4}) + \frac{1-\sin\varepsilon}{1+\sin\varepsilon}}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (12)$$

(pour $\varepsilon = 0$ on vérifie $(\varphi - \frac{\pi}{4}) = \text{Arc cos}\sqrt{\cos^2(\varphi_0 - \frac{\pi}{4})}$, soit $\varphi' = \varphi$).

Ceci va nous permettre de calculer l'erreur $\Delta\varphi$ maximum :

$$\Delta\varphi\text{max} = (\varphi' - \varphi) \quad .$$

La figure 14 nous montre que $\Delta\varphi$ sera maximum pour

$$\frac{d\varphi'}{d\varphi} = 1$$

soit, après avoir dérivé (12), pour :

$$\text{tg}^2(\varphi - \frac{\pi}{4}) = (\frac{1-\sin\varepsilon}{1+\sin\varepsilon})^{\frac{1}{2}}$$

ou encore pour :

$$\varphi = \frac{\pi}{4} + \text{Arctg}\ \left(\frac{1-\sin\varepsilon}{1+\sin\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \quad . \qquad (13)$$

Remplaçant (13) dans (12), il vient :

$$\boxed{\Delta\varphi\text{max} = \text{Arcsin}\ \left(\frac{1-\cos\varepsilon}{1+\cos\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad ; \qquad (14)$$

cette relation est valable quel que soit ε ; pour ε petit, on a :

$$\Delta\varphi\text{max} = \frac{\varepsilon}{2}$$

soit encore, en utilisant (11) ,

$$\boxed{\Delta\varphi\text{max} = \frac{a-b}{2R}} \qquad (15)$$

On peut vérifier à l'aide de (14) (de même sur la figure 14) que pour $\Delta\varphi\text{max}$ on a toujours $\varphi + \varphi_0 = \pi$; l'erreur $\Delta\varphi\text{max}$ sera donc toujours centrée en $\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}$.

Application numérique :

$$\Delta\varphi\text{max} = \frac{a-b}{2R} \quad .$$

Pour un cercle de 30 mm de rayon et une erreur inférieure à $\frac{1}{100}$ème de tour, soit $\Delta\varphi\text{max} < 3{,}6°$, nous avons :

$$(a-b) = 2\left[\frac{3{,}6 \cdot 2\pi}{180} \cdot 30\right] = 3{,}8 \text{ mm} \quad .$$

Nous décrivons au paragraphe 4) une méthode réglage nous permettant de réduire cette distance.

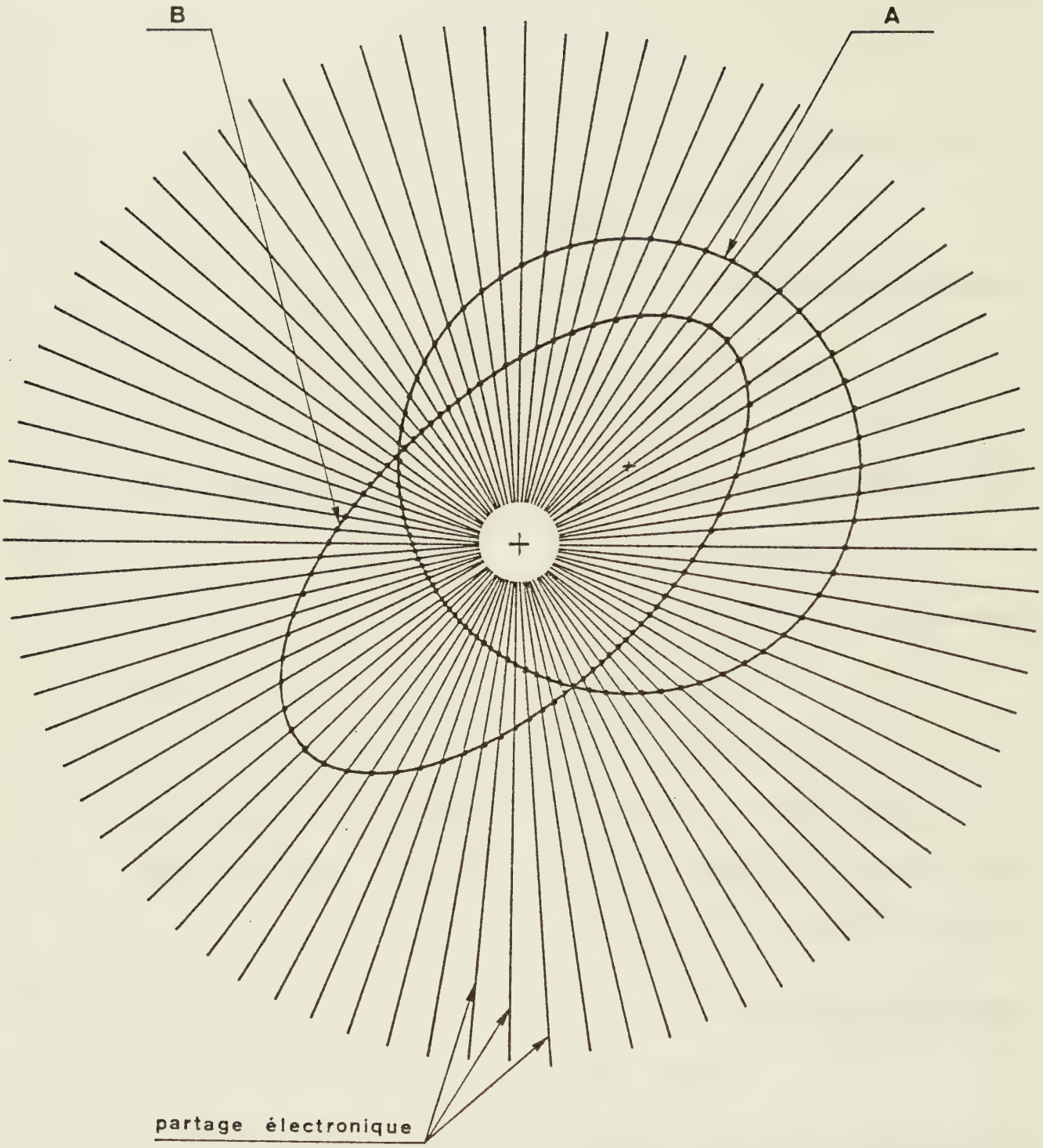


figure : 15

Non linéarité du balayage :

A) dans le cas d'un décentrage,

B) dans le cas d'une ellipticité.

3) Traitement électronique défectueux.

Dans les deux paragraphes précédents nous n'avons pas considéré les erreurs qui peuvent être introduites par un traitement de l'électronique d'asservissement (ou de mesure) qui serait défectueux ; en particulier, nous avons supposé que, quels que soient le centrage et la forme de l'ellipse sur les écrans d'affichage, cette électronique "voyait" toujours un "cercle" parfaitement centré et, en particulier, que son partage s'effectuait en 80 angles égaux (fig. 15).

Inversement, nous allons maintenant (très brièvement) considérer le cas où nous avons un cercle parfaitement centré mais où l'électronique présente quelques défauts.

La principale source d'erreur provient des signaux de modulation $\cos(\omega t + \varphi_0)$ et $\sin(\omega t + \varphi_0)$ décrits au chapitre III et, en particulier, du filtrage de ces signaux qui doit être effectué de manière rigoureuse :

- suppression des harmoniques 3F , 5f , .. des signaux rectangulaires permettant ainsi d'obtenir des signaux parfaitement sinusoïdaux,
- choix des composants pour la réalisation de filtres (passif et actif) identiques assurant le déphasage identique sur les deux voies sinus et cosinus,
- d'autre part, l'amplitude de ces signaux étant fortement atténuée à la sortie des divers filtres, ils devront être amplifiés de manière identique.

Les différentes erreurs que peut apporter un traitement électronique non parfait sont, en fait, de même nature que celles décrites dans les deux paragraphes précédents mais, cette fois, nous supposons que le cercle parfaitement centré est obtenu à partir des signaux optiques $\cos\varphi$ et $\sin\varphi$ tandis que le traitement électronique agit :

- soit comme avec une ellipse (déphasage différent de $\frac{\pi}{2}$ entre ces signaux à la sortie des filtres ou amplitudes de ces signaux différentes) ;

- ou encore l'électronique agit comme si le cercle présentait certaines déformations (présence des harmoniques 3F à la sortie des filtres qui entraîne un partage angulaire non linéaire).

Ces erreurs constituent les principaux problèmes que l'on peut rencontrer lors du traitement électronique d'asservissement ou de mesure ; elles peuvent être facilement évitées en contrôlant la forme de chaque signal aux entrées et aux sorties des multiplicateurs.

Avant de passer à la seconde partie de ce chapitre consacrée aux erreurs limitant la précision des mesures absolues, nous nous proposons de décrire brièvement une méthode qui nous permet d'effectuer les divers réglages optiques et électroniques avec une bonne précision, ceci afin d'obtenir un cercle parfaitement centré sur chaque écran d'affichage (en vue d'améliorer la linéarité du balayage digital de φ).

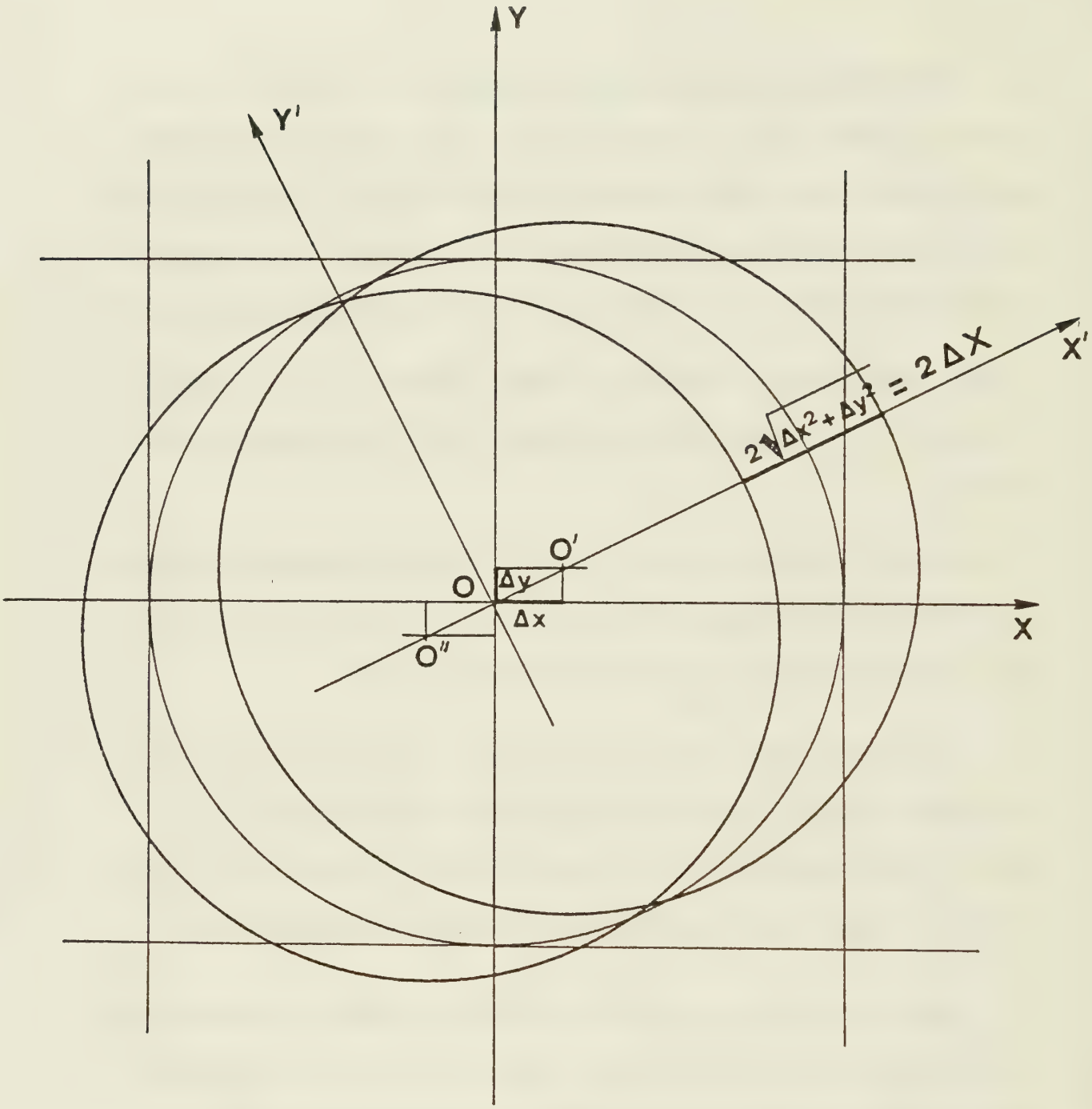


figure : 16

Visualisation directe de l'amplitude du décentrage.

4) Méthode de réglage.

a) Introduction.

Le principe de cette méthode consiste à visualiser, sur chaque écran d'affichage, simultanément, le cercle complet, obtenu en balayant la fréquence du laser, ainsi que le symétrique de ce cercle :

- soit par rapport à l'origine de l'écran d'affichage,

- soit par rapport à l'un de ses axes OX ou OY ,

- soit encore par rapport à l'une des bissectrices de ses axes, ceci afin de mettre en évidence toute déformation ou décentrage de ce cercle caractérisé par les signaux $X = \cos \varphi$ et $Y = \sin \varphi$ (où $\varphi = 2\pi\sigma\delta$) lorsque σ varie.

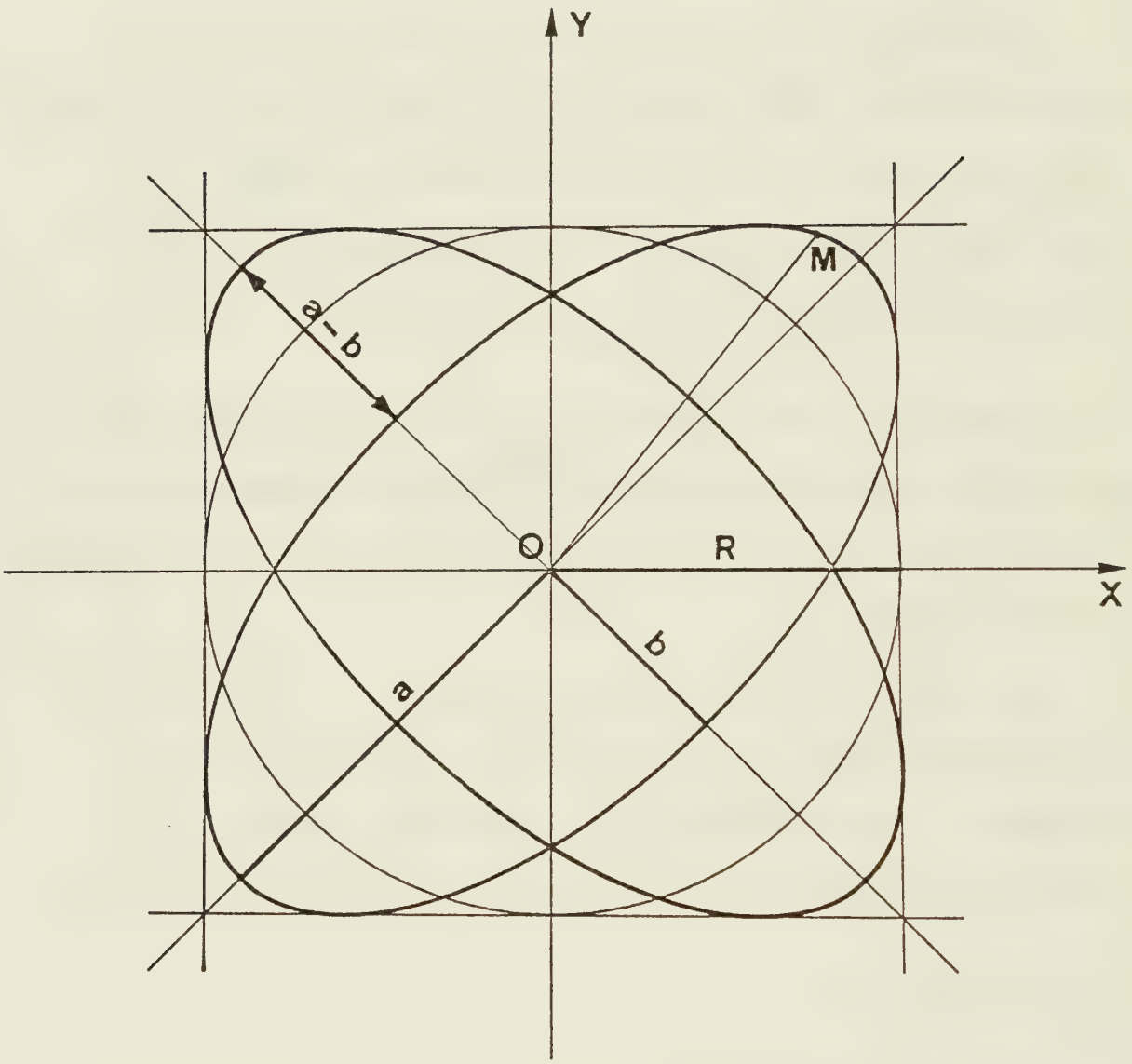
Pour cela nous devons disposer des opposés $-X$ et $-Y$ des signaux issus de chaque interféromètre que l'on peut obtenir de façon rigoureuse à l'aide d'amplificateurs électroniques de gain -1 (ou encore par simple commutation au niveau de l'affichage XY).

b) Centrage.

Prenons le cas d'un mauvais centrage du cercle (fig. 16) : en changeant périodiquement X en $-X$ et Y en $-Y$ lors du balayage de σ nous obtiendrons deux cercles de centre O' et O" symétriques par rapport au centre O de l'écran d'oscilloscope

La précision avec laquelle on peut réduire la distance $O'O" = 2\Delta X$ entre les deux cercles dépend de la dimention du cercle et de la finesse de la trace. La distance minimum que l'on peut apprécier est

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases}\cos(2\pi\sigma\delta)\\ \\ \sin(2\pi\sigma\delta+\varepsilon)\end{cases}$$



$$(a-b) = 2\sin\frac{\varepsilon}{2}$$

figure : 17

Visualisation directe de l'amplitude de l'ellipticité.

de l'ordre du demi-millimètre. En utilisant la relation (6) du premier paragraphe et pour un cercle de 30 mm de rayon l'erreur $\Delta\varphi$ maximum est alors inférieure à $\frac{1}{720}$ ème de tour, soit 0,5° (ce qui correspond à une erreur inférieure au MHz pour une différence de marche de 50 cm).

c) Ellipticité.

Dans le cas d'un déphasage différent de $\frac{\pi}{2}$ entre sin φ et cos φ , il suffit de changer X en -X et de garder Y inchangé (fig. 17). On apprécie ainsi directement la distance a - b de la relation (15) du second paragraphe que l'on peut rendre inférieure à 0,5 mm, ce qui correspond également, pour les mêmes conditions, à une erreur inférieure à $\frac{1}{720}$ ème de tour.

d) Gains sin et cos .

Dans le cas d'un mauvais réglage entre les gains sin φ et cos φ on change X en Y et Y en X et on retrouve la situation précédente, mais cette fois les axes des ellipses sont les axes OX et OY de l'écran d'affichage.

e) Remarque et conclusion.

L'ordre choisi pour la description de ces différents réglages est également l'ordre dans lequel ils doivent être effectués dans la pratique si le cercle présente simultanément chaque type d'erreur. On pourrait également appliquer cette méthode aux réglages de l'électronique mais, en général, cela ne s'avère pas indispensable compte tenu de la précision avec laquelle ce traitement électronique peut être effectué.

L'erreur finale maximum effectuée sur le balayage de la phase $\varphi = 2\pi\sigma\delta$ est égale à la somme des erreurs effectuées sur chacun des réglages. On peut remarquer que ces différentes erreurs ne sont pas forcément maximum au même endroit du cercle (par exemple, les erreurs dues à un mauvais déphasage sont en quadrature de phase avec celles dues à un mauvais réglage des gains entre $\cos\varphi$ et $\sin\varphi$). Cette erreur totale sera donc inférieure à un degré, c'est-à-dire inférieure à 2 MHz pour une différence de marche de 50 cm.

III. Erreurs limitant la précision des mesures absolues de nombres d'ondes.

1) Introduction.

Comme nous l'avons annoncé dans l'introduction générale de ce chapitre, ces erreurs n'affectent pas la linéarité du balayage de la fréquence du laser dans le cas de l'utilisation du sigmamètre comme pilote de la fréquence des lasers accordables mais limitent la précision avec laquelle nous pouvons effectuer des mesures absolues. De telles mesures n'ont pas encore été véritablement faites avec les premiers appareils construits. Il est donc difficile de connaître en toute rigueur la précision finale avec laquelle nous pouvons réellement faire ces mesures.

Dans le chapitre I nous avons vu que la précision maximum est donnée par l'interféromètre de plus grande différence de marche et en

considérant que nous pouvons apprécier facilement $\frac{1}{100}$ ème de tour cela correspond, pour $\delta = 50$ cm , à une précision de 0,2 mK (6 MHz) sur la mesure du nombre d'ondes (ou encore un $\Delta\sigma/\sigma$ de l'ordre de 10^{-8}) . Dans cette seconde partie de ce chapitre consacré aux erreurs, nous nous proposons, en nous imposant initialement cette précision, de voir plus précisément quels sont les critères auxquels devrait obéir l'instrument pour satisfaire cette hypothèse et sous quelles conditions ceux-ci peuvent être obtenus.

Ces erreurs, que nous allons étudier en détail, proviennent :

1° De l'utilisation de faisceaux gaussiens que l'on assimile à des ondes planes ;

2° Des écarts angulaires de ce faisceau avec la direction Z définie par la normale d'un des miroirs de l'interféromètre ;

3° De l'achromaticité de l'instrument qui comprend :

- la compensation des différentes épaisseurs de verre introduites dans chaque bras de l'interféromètre,
- l'influence du milieu dans lequel l'instrument fonctionne (variations de la dispersion de l'indice de l'air et de la pression atmosphérique),
- la dépendance de l'indice n , du verre optique utilisé, sur le déphasage de chaque fraction polarisée du faisceau qui traverse le prisme à réflexion totale en fonction de la longueur d'onde λ ;

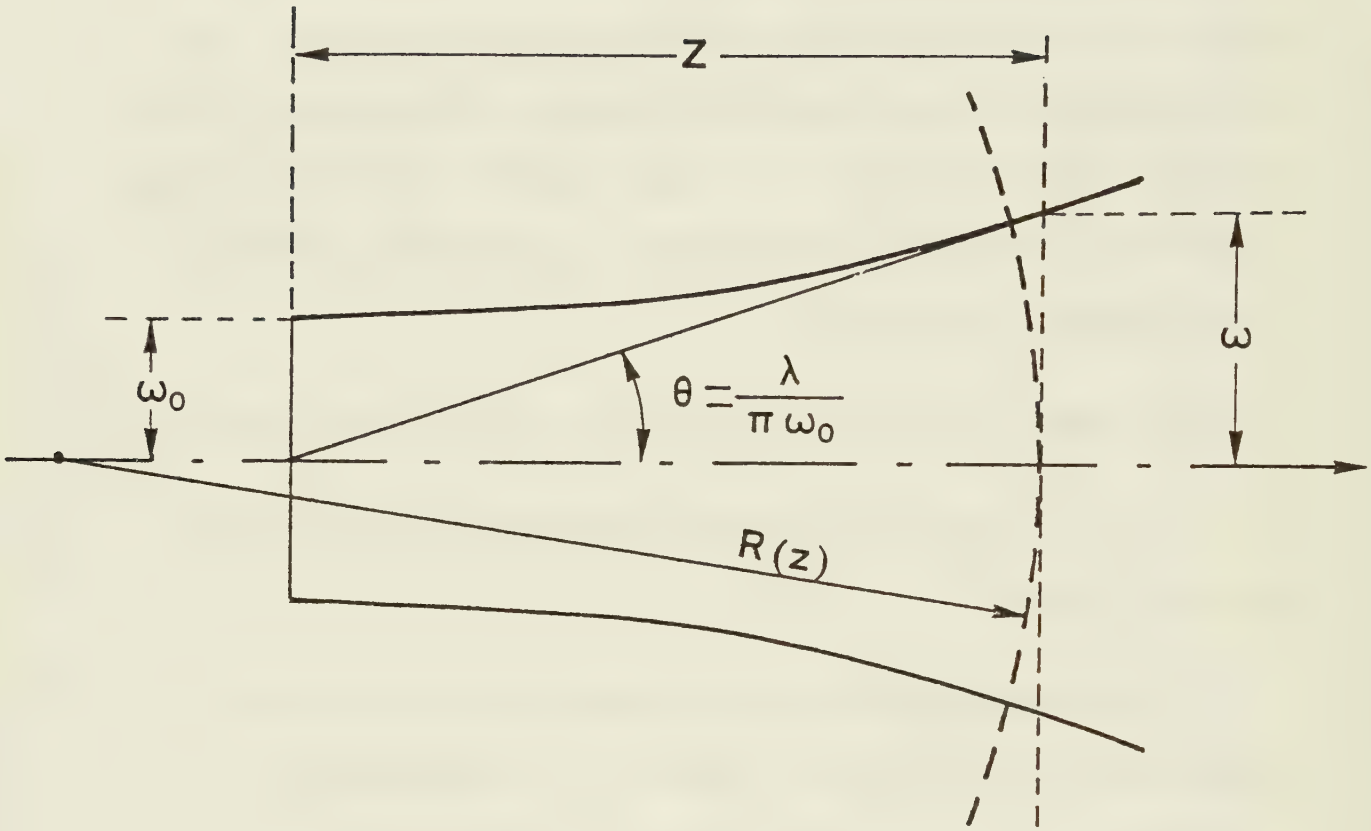


figure : 18

Paramètres définissant les faisceaux gaussiens.

4° Des mesures des différences de marche ;

5° Des réglages optiques et électroniques .

2) Faisceaux gaussiens.

La diffraction des faisceaux est une limitation fondamentale de la précision avec laquelle nous pouvons effectuer des mesures. Dans le calcul qui suit nous nous proposons donc d'évaluer l'erreur commise sur ces mesures du nombre d'ondes σ (ou du vecteur d'onde k) dans le cas où le sigmamètre est parcouru par un faisceau gaussien.

la fonction d'onde "u" correspondant à un tel faisceau et satisfaisant l'équation d'onde :

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0 \qquad (\text{où } k = 2\pi\sigma)$$

peut être mise sous la forme [11] :

$$u(r,z) = \frac{\omega_0}{\omega_{(z)}} \exp\left\{-j(kz - \Phi) - r^2\left(\frac{1}{\omega^2_{(z)}} + j\,\frac{k}{2R}\right)\right\} \qquad (16)$$

où $$\Phi = \arctan \frac{\lambda Z}{\pi\omega_0^2} \qquad (17)$$

$$\omega^2_{(z)} = \omega_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda Z}{\pi\omega_0^2}\right)^2\right] \qquad (18)$$

et $$R_{(z)} = Z \left[1 + \left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda Z}\right)^2\right] \quad ; \qquad (19)$$

ces trois paramètres définissent les caractéristiques du faisceau gaussien se dirigeant suivant l'axe des Z (fig. 18) . $\omega_{(z)}$ variant lentement avec Z nous pouvons écrire en première approximation

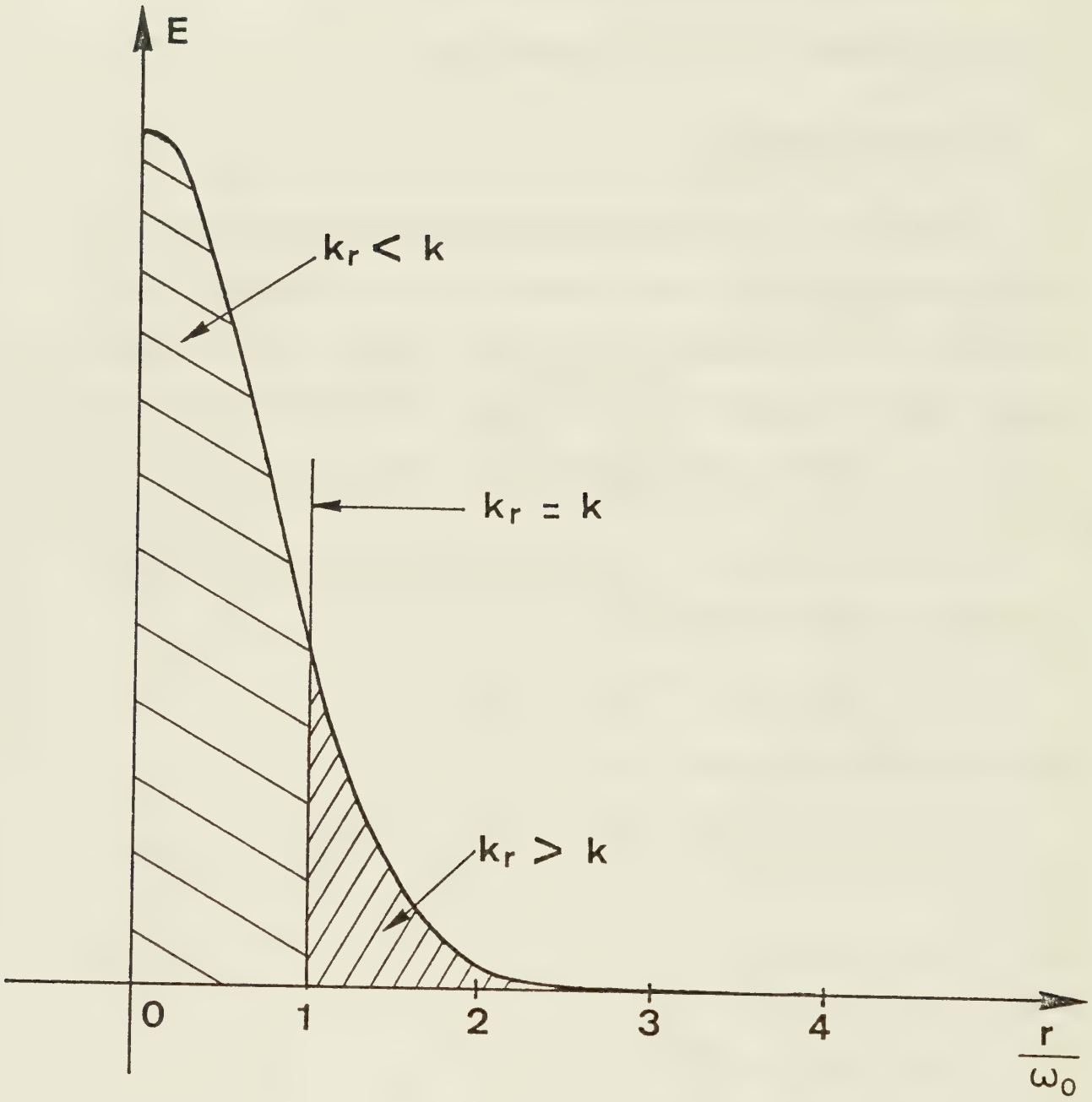


figure : 19

$\omega_z = \omega_0$ (cas d'un instrument de mesure placé près de la source laser) de même :

$$\arctan\left(\frac{\lambda Z}{\pi \omega_0^2}\right) \simeq \frac{\lambda Z}{\pi \omega_0^2}$$

(16) peut alors s'écrire sous la forme :

$$u(r,z) = e^{\frac{-r^2}{\omega_0^2}} e^{-ik(r)Z} \qquad (20)$$

où $$k(r) = k - \frac{\lambda}{\pi \omega_0^2} + \frac{r^2}{\omega_0^2} \cdot \frac{\lambda}{\pi \omega_0^2} \qquad (21)$$

k représente le vecteur d'onde réel de la radiation laser et $k(r)$ celui mesuré par l'instrument à la distance r . Nous voyons donc déjà apparaître une première erreur $\Delta k = k(r) - k$ commise à cette distance :

$$\Delta k = \frac{-\lambda}{\pi \omega_0^2} + \frac{r^2 \lambda}{\pi \omega_0^4} \quad . \qquad (22)$$

(fig. 19)

L'intensité du faisceau gaussien à la sortie de l'interféromètre à la distance r de l'axe Z s'écrit :

$$\left|u(r,z_1) + u(r,z_2)\right|^2 = I(r,\delta) \qquad (23)$$

où $\delta = z_2 - z_1$.

Pour un détecteur placé derrière un diaphragme centré de rayon r_0 , le flux détecté sera proportionnel à :

$$I(r_0,\delta) \propto \int_0^{r_0} I(r,\delta)\, 2\pi r\, dr \qquad (24)$$

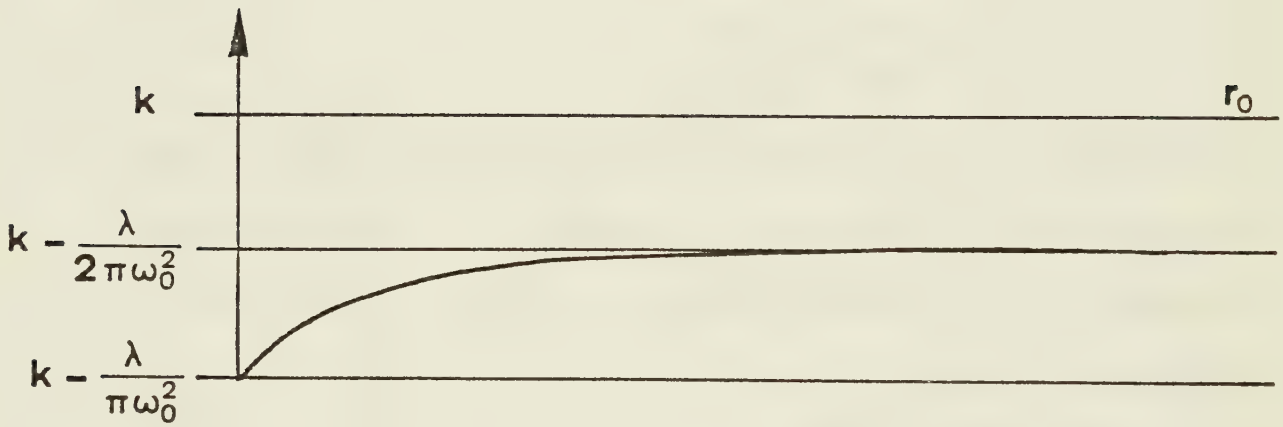


figure : 20

Variation de l'erreur Δk en fonction

du rayon r_0 du diaphragme placé devant le détecteur.

en utilisant (20) et (22) l'intégrale (24) prend la forme :

$$I(r_0,\delta) \propto I_0(1+(1-\varepsilon)\cos k(r_0)\delta) \qquad (25)$$

(voir Appendice I),

- où $\varepsilon = \dfrac{\lambda^2\,\delta^2}{8\pi^2\omega_0^4}$ qui reste dans notre cas très petit devant l'unité (ce qui entraîne un contraste des franges approximativement égal à 1),

- et $$k(r_0) = k - \frac{\lambda}{2\pi\,\omega_0^2}\left[1-\frac{u_0}{e^{u_0}-1}\right] \qquad (26)$$

avec $u_0 = \dfrac{2r_0^2}{\omega_0^2}$

d'où :

$$\boxed{\Delta k = \frac{-\lambda}{2\pi\omega_0^2}\left[1-\frac{u_0}{e^{u_0}-1}\right]} \qquad (27)$$

L'erreur Δk dépend donc des trois paramètres suivants :

- de la longueur d'onde λ du laser,
- du rayon d'ouverture r_0 du détecteur,
- du paramètre ω_0 défini par le faisceau gaussien qui traverse l'interféromètre.

En général on peut s'arranger à ce que les paramètres r_0 et ω_0 soient identiques pour chaque faisceau qui traverse le sigmamètre ; dans ce cas l'erreur Δk ne dépend que de la longueur d'onde. En principe il serait donc possible d'effectuer une correction sur la mesure de chaque nombre d'ondes (bien qu'il ne soit pas très facile de mesurer le paramètre ω_0 avec précision) mais, dans la pratique,

cela ne s'avère pas indispensable comme le montre l'application numérique qui termine ce paragraphe car l'erreur Δk est inférieure à 6 MHz (limite que nous nous sommes fixée au départ).

La figure (20) nous montre la valeur que prend $k(r_0)$ (vecteur d'onde effectivement mesuré à la sortie de l'interféromètre) en fonction du rayon d'ouverture r_0 et comparé à la valeur réelle de k .

Pour $r_0 >> \omega_0$ $\left(\frac{u_0}{e^{u_0} - 1}\right)$ tend vers 1 ; dans ce cas l'erreur Δk tend vers un minimum égal à :

$$\Delta k = \frac{-\lambda}{2\pi\omega_0^2}$$

d'où l'erreur relative :

$$\boxed{\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{-\lambda^2}{4\pi^2\omega_0^2}} \quad . \qquad (28)\ [12]$$

Pour $\lambda = 0{,}6\ \mu$ et $\omega_0 = 2$ mm $\Rightarrow$

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = -2{,}3.10^{-9} \qquad (\approx 1\ \text{MHz}) \quad .$$

Cette erreur reste donc faible devant l'erreur que nous nous sommes fixée au départ qui est de l'ordre de $1{,}2.10^{-8}$ (6 MHz) .

3) Ecarts angulaires.

Supposons que la direction Z' d'un faisceau laser, qui traverse un interféromètre, fait un angle $d\alpha$ avec la direction Z défini par la normale d'un des miroirs (M_1) de cet interféromètre (ou celle de l'image de M_2 à travers la séparatrice). Il s'ensuit une différence de chemin optique entre les deux bras de l'interféromètre de :

$$\delta = 2d\left(1-\frac{d\alpha^2}{2}\right) = \delta_0\left(1-\frac{d\alpha^2}{2}\right)$$

où d représente la distance entre les deux miroirs de l'interféromètre.

Autrement dit, une variation de $d\alpha$ introduit une erreur sur le nombre d'ondes de

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{\Delta\delta}{\delta} = \frac{d\alpha^2}{2} \quad . \qquad (29)$$

Donc si l'on cherche une précision relative de 10^{-8} il faut que les fluctuations sur $d\alpha$ soient inférieures à $1{,}4.10^{-4}$ rd ce qui correspond à 30" d'arc environ.

En d'autres termes, les écarts angulaires du faisceau laser, lors de son balayage en fréquence ou à l'issue d'un nouveau réglage, ne devront pas dépasser 30" . Même obligation dans le cas de plusieurs lasers traversant le sigmamètre en vue de la calibration des différences de marche que nous traiterons au chapitre suivant. Il est donc nécessaire d'utiliser une optique d'entrée définissant une

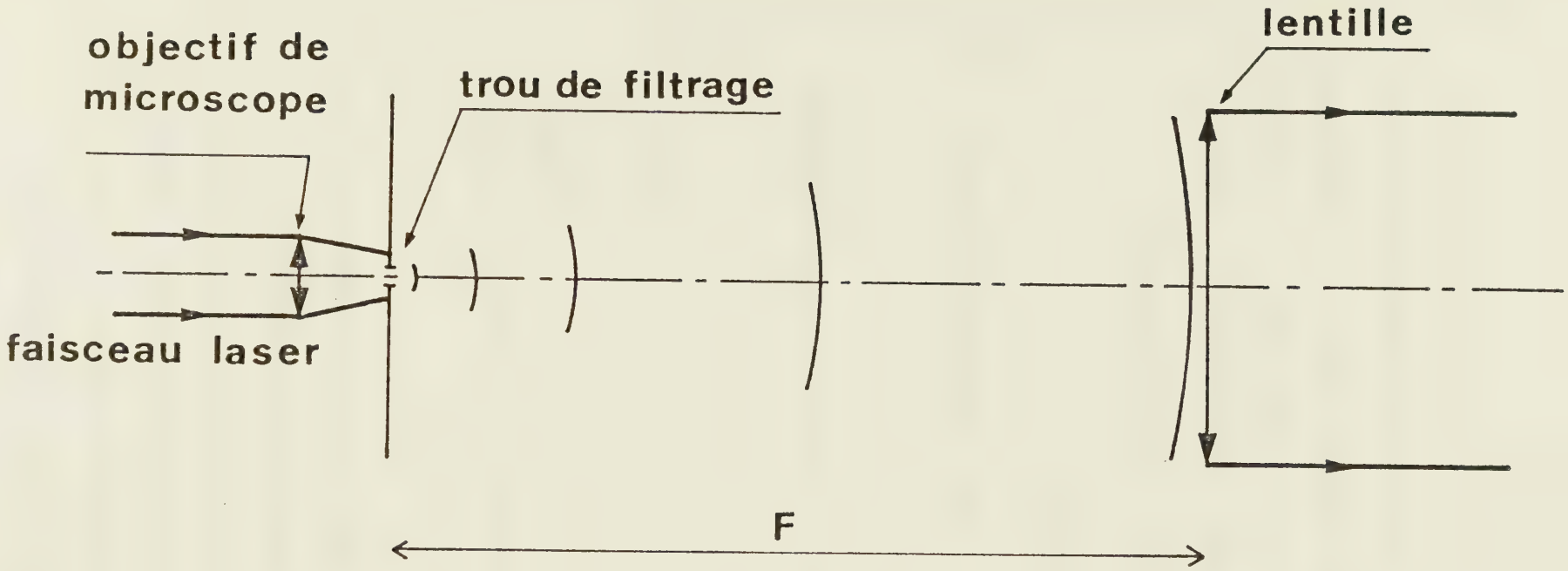


figure : 21

Exemple d'une optique d'entrée peu sensible aux écarts angulaires du faisceau laser.

certaine direction Z fixe et insensible à d'éventuels écarts angulaires des différents lasers entre eux ou du laser accordable lors de son balayage en fréquence. Un exemple d'une telle optique d'entrée est schématisé sur la figure (21).

4) Achromaticité.

Une autre source d'erreur provient de la précision avec laquelle le réglage de l'achromatisme de l'instrument a été obtenu.

a) Compensation des épaisseurs de verre.

Si l'on désire que chaque différence de marche reste constante dans un domaine spectral couvrant tout le visible, il est nécessaire que la compensation de la lame séparatrice et du prisme à réflexion totale (Chap. II) soit effectué de manière rigoureuse ; dans le cas contraire, l'origine des phases sur les écrans d'affichage dépendra de la longueur d'onde et il sera difficile de faire des mesures dans de bonnes conditions. Pour que cette origine des phases reste constante à $\frac{1}{100}$ ème de tour près on calcule que l'erreur maximum permise sur la compensation correspond à une variation de l'épaisseur optique de l'ordre de 0,3 μ à la différence de marche zéro ($\frac{1}{2}$ tour sur les écrans d'affichage), ce qui correspond aux teintes de Newton du premier ordre ; l'observation de ces teintes constitue donc un moyen de contrôle efficace pour effectuer la compensation achromatique de manière précise.

b) Variations de l'indice de l'air ; influence de la pression atmosphérique.

D'autre part, cet achromatisme ne peut être obtenu si l'appareil fonctionne à la pression atmosphérique, la dispersion de l'air étant trop importante : $\Delta n \approx 1{,}2.10^{-5}$ de 0,4 à 0,8 μ . Pour obtenir un instrument parfaitement achromatique, il est donc indispensable de le placer dans une enceinte à l'intérieur de laquelle on fait le vide, ce qui supprime en même temps l'influence des variations de l'indice de l'air dues aux fluctuations de la pression atmosphérique. Ces variations ne sont pas négligeables puisqu'une variation de la pression de l'ordre de 10^{-2} torr entraîne une rotation du spot de $\frac{1}{100}$ ème de tour.

c) Déphasage lors de la réflexion totale.

Enfin, nous avons vu dans ce même chapitre II que la différence de phase $\varphi = \varphi_{\parallel} - \varphi_{\perp}$ entre les deux polarisations parallèle et perpendiculaire par rapport au plan d'incidence du prisme à réflexion totale était pratiquement constante (égale à $\frac{\pi}{4}$) dans tout le visible (ceci nous permettant d'obtenir toujours un cercle quelle que soit la longueur d'onde du laser accordable) ; mais pour que l'origine des phases reste constante nous devons nous assurer également que chacun des déphasages $\varphi_{\parallel}$ et $\varphi_{\perp}$ lors de la réflexion totale reste bien constant en fonction de φ : nous pouvons vérifier ce dernier point en utilisant les relations [9] :

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\Psi_\perp}{2}\right) = \frac{\sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{n \cos i} \qquad (30)$$

et

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\Psi_\parallel}{2}\right) = \frac{n\sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{\cos i} \qquad (31)$$

qui redonnent la relation (2) du chapitre II :

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\Psi_\parallel - \Psi_\perp}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\Psi}{2}\right) = \frac{\cos i \sqrt{\sin^2 i - 1/n^2}}{\sin^2 i} \qquad (2)$$

l'angle $i = 55°,325$ a été calculé pour obtenir un déphasage $\Psi = \frac{\pi}{4}$ à une longueur d'onde moyenne $\lambda = 5\ 876$ Å pour laquelle l'indice $n = 1,5182$ (chap. II).

Pour cette longueur d'onde (25) et (26) donnent :

$$\begin{cases} \Psi_\perp = 81°,75 \\ \Psi_\parallel = 126°,75 \end{cases} \qquad (\Rightarrow \Psi = 45°)$$

à $\lambda = 4\ 047$ Å l'indice du verre devient $n = 1,531459$, d'où :

$$\begin{cases} \Psi_\perp = 82°,62 \\ \Psi_\parallel = 128°,24 \end{cases} \qquad (\Rightarrow \Psi = 45°,62)$$

de même à $\lambda = 8\ 521$ Å , $n = 1,511269$ =>

$$\begin{cases} \Psi_\perp = 81°,28 \\ \Psi_\parallel = 125°,95 \end{cases} \qquad (\Rightarrow \Psi = 44°,67) \quad .$$

En conclusion le déplacement de l'origine des phases dû à la réflexion totale reste inférieure à 1,5° , soit $\frac{1}{240}$ ème de tour, dans un domaine spectral qui couvre tout le visible.

5) Différence de marche.

Le point le plus délicat de cette méthode de mesure des nombres d'ondes reste toutefois la précision avec laquelle il est possible de mesurer les différences de marche, comment celles-ci peuvent être stabilisées et de quelle manière nous pouvons déterminer l'origine des phases sur les écrans d'affichage.

La stabilité des différences de marche est en effet un critère essentiel ; chaque tour sur les écrans d'affichage correspondant à une variation de δ égale à λ (pour σ fixe), si l'on désire faire des mesures au centième de tour, il faut que les variations sur δ soient inférieures à $\frac{\lambda}{100}$; pour une différence de marche de 50 cm, cela correspond à une stabilité $\frac{d\delta}{\delta} \simeq 10^{-8}$ (en prenant $\lambda \simeq 0{,}5\ \mu$).

Il est clair que la stabilité mécanique seule de l'instrument n'est pas suffisante, même pour des différences de marche déterminées par des spacers en invar, le coefficient de dilatation $\frac{\Delta \ell}{\ell}$ de ce métal variant de 2.10^{-6} à 4.10^{-7} par degré centigrade suivant la qualité de l'invar utilisé.

Il est donc indispensable d'effectuer un contrôle de ces différences de marche (sauf éventuellement pour $\delta_1 = 0{,}5$ mm où la stabilité $\frac{d\delta}{\delta}$ exigée est de l'ordre de 10^{-5}) en utilisant une longueur d'onde de référence d'une très grande stabilité et un système d'asservissement.

Cette longueur d'onde peut être celle d'un laser hélium-néon 6 328 Å stabilisé sur une raie de l'iode (par exemple la raie i [6]); la stabilité $\frac{d\delta}{\delta}$ d'une telle raie est de l'ordre de 10^{-12} et sa valeur absolue a été déterminée à 10^{-10} près (mesure faite par comparaison avec la longueur d'onde étalon du krypton). La stabilité des différences de marche dépendra donc essentiellement de la réponse du système électronique d'asservissement ; si l'on utilise un traitement électronique identique à celui décrit au chapitre III, nous aurons une stabilité de l'ordre de 10^{-9} (sur $\delta = 50$ cm) (cf. les résultats de la première partie de ce chapitre). Compte tenu de cette stabilité, nous pouvons donc effectuer la mesure des différences de marche à la précision désirée, soit environ $\frac{\lambda}{100} \simeq 50$ Å sur chaque δ , par une méthode que nous étudierons au chapitre suivant.

6) Réglages optiques et électroniques.

Rappelons d'autre part que la précision des mesures est également limitée par les différentes erreurs de réglage optique et électronique que nous avons décrits en première partie. Nous avons vu que l'erreur finale était de l'ordre de un degré (soit de l'ordre de 2 MHz) ce qui est inférieur aux erreurs décrites ci-dessus.

IV. Conclusion.

Pour conclure ce chapitre consacré aux erreurs, nous pouvons considérer que la condition initiale que nous nous étions imposée (mesure au centième de tour, soit environ 6 MHz près) paraît raisonnable mais elle soulève tout de même certaines difficultés d'ordre technologique et il semble difficile d'améliorer encore cette précision dans de grandes proportions. Nous pensons toutefois résoudre ces difficultés dans un proche avenir et améliorer la précision d'un facteur deux (soit de l'ordre de 3 MHz en ce qui concerne les mesures absolues et 1 MHz pour les mesures relatives) en doublant la valeur des différences de marche des différents interféromètres de Michelson.

CHAPITRE V

MESURE ABSOLUE, EXCEDENTS FRACTIONNAIRES

I. Introduction.

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié les critères auxquels devait obéir le sigmamètre afin de pouvoir faire des mesures absolues. Nous allons maintenant supposer que nous sommes en possession d'un instrument satisfaisant tous ces critères, bien que celui-ci ne soit actuellement qu'en cours de construction, et nous allons décrire deux méthodes permettant d'effectuer des mesures absolues.

L'une d'entre elles est basée sur la méthode des excédents fractionnaires [13] et passe par le calcul intermédiaire des différences de marche.

L'autre méthode consiste à lire directement la valeur du nombre d'ondes sur les écrans d'affichage mais elle suppose que les différences de marche suivent rigoureusement une progression géométrique de raison 10 ; cette dernière méthode nécessite donc de toute façon des mesures préliminaires de ces différences de marche suivies de leurs corrections jusqu'à ce que cette condition soit satisfaite.

Nous allons donc commencer ce chapitre en décrivant la méthode des excédents fractionnaires.

II. Méthode des excédents fractionnaires.

1) Introduction.

Cette méthode permet de calculer très précisément les différences de marche δ_i ($i = 1, 2, 3$ et 4) des différents interféromètres à l'aide de nombres d'ondes de références σ_r. Ces mesures sont nécessaires au calcul très précis et rapide du nombre d'ondes (ou de la longueur d'onde) d'une radiation monochromatique quelconque connue avec une précision médiocre et issue d'un laser. Ce calcul, ainsi que la mesure des δ_i, sont évidemment effectués à partir de la mesure des différentes phases indiquées par chaque δ_i (et chaque σ_r) ; le nombre de longueurs d'ondes de références ainsi nécessaire dépend de la précision avec laquelle nous connaissons déjà chaque δ_i (mesures mécaniques) ainsi que la précision sur la lecture de chaque phase ou de chaque excédent fractionnaires $\varepsilon(i,\sigma_r)$. Pour effectuer ce calcul nous partons de la relation :

$$\delta_i = \frac{(k(i,\sigma_r) + \varepsilon(i,\sigma_r))}{\sigma_r} \qquad (32)$$

- où $\varepsilon(i,\sigma_r)$ est compris entre 0 et 1 et représente la phase indiquée par l'écran d'affichage correspondant à δ_i et un certain nombre d'ondes σ_r,

- et $k(i,\sigma_r)$, l'ordre d'interférence, est un nombre entier.

La stabilité exigée sur σ_r est déterminée par l'interféromètre de plus grande différence de marche (δ_4) qui est le plus sensible aux fluctuations de fréquence des lasers. Nous avons vu (chap. IV) que cette différence de marche pouvait être stabilisée à 10^{-9} près en utilisant la radiation d'un laser He-Ne asservie sur une raie d'absorption de l'iode et un système d'asservissement [6]. Cette radiation constitue une première longueur d'onde de référence. Il suffit alors que la stabilité $\frac{\Delta\sigma}{\sigma}$ des autres nombres d'ondes de référence soit également de l'ordre de 10^{-9} (au moins pendant la durée de la mesure) si l'on désire effectuer la mesure de δ_4 à cette précision. Rappelons que la durée des mesures pour chaque σ_r peut être très rapide (de l'ordre de la milliseconde) puisque l'instrument permet, en principe, d'effectuer des mesures instantanées (applicables aux lasers à impulsions). Nous verrons de ce fait qu'il n'est absolument pas indispensable de connaître leurs valeurs absolues à cette même précision ; ces dernières pouvant être également déterminées par la méthode des excédents fractionnaires simultanément avec la mesure des différences de marche.

2) Mesure des différences de marche.

Toutefois, pour simplifier l'exposé, nous supposerons dans un premier temps que l'incertitude sur la valeur des différents nombres d'ondes de référence est de l'ordre 0,2 mK, donc que ceux-ci constituent des raies de référence stable ($\frac{\Delta\sigma}{\sigma} < 10^{-8}$) du même type que celle décrite en [6]. Nous verrons par la suite comment prolonger cette

méthode de calcul dans le cas de nombres d'ondes connus avec une précision moins bonne.

a) Mesure d'une seule différence de marche.

Prenons donc une différence de marche δ_i mesurée mécaniquement à $\pm\Delta\delta_i$ près ; à chaque borne $(\delta_i + \Delta\delta_i)$ et $(\delta_i - \Delta\delta_i)$ correspondent deux valeurs $(k_i \pm n)$ et $(k_i - n)$ calculées à partir de la relation (32) :

$$k_{i\,-m}^{+n} = \sigma_a(\delta_i \pm \Delta\delta_i) - \varepsilon(i,a) \simeq \sigma_a(\delta_i \pm \Delta\delta_i) \qquad (33)$$

σ_a est un premier nombre d'ondes de référence et
$\varepsilon(i,a)$ l'excédent fractionnaire correspondant affiché sur l'écran d'oscilloscope.

La valeur entière exacte $k(i,a)$ telle que :

$$\delta_i = \frac{(k(i,a) + \varepsilon(i,a))}{\sigma_a} \qquad (34)$$

est donc comprise entre $(k-m)$ et $(k+n)$.

Afin de lever l'indétermination sur $k(i,a)$ on utilise un second nombre d'ondes de référence σ_b auquel lui correspond sur l'écran d'affichage $\varepsilon(i,b)$. Il existe donc $k(i,b)$ tel que :

$$\delta_i = \frac{(k(i,b) + \varepsilon(i,b))}{\sigma_b} \quad . \qquad (35)$$

A partir de (34) et (35) on tire :

$$k(i,b) = \frac{k(i,a)\sigma_b}{\sigma_a} + \varepsilon(i,a)\,\frac{\sigma_b}{\sigma_a} - \varepsilon(i,b) \quad . \qquad (36)$$

Un programme très simple (voir appendice II_1) permet de calculer rapidement les $k(i,b)$ correspondant à chaque $k(i,a)$ compris entre $k(i-m)$ et $k(i+m)$ et on ne retient que les valeurs de $k(i,b)$ entières à $\pm 0{,}01$ près (erreur sur la lecture des ε_i). Il ne subsiste en général qu'un nombre très limité de valeurs possibles de $k(i,b)$ (et donc de $k(i,a)$) satisfaisant cette condition ; ce nombre est d'autant plus restreint que $\Delta\delta_i$ est plus petit.

On recommence alors le calcul avec un troisième nombre d'ondes de référence σ_c et on cherche la (ou les) valeur commune $k(i,a)$ correspondant à la fois à $k(i,b)$ et $k(i,c)$ et ainsi de suite avec σ_d , ... , σ_q jusqu'à ce qu'il ne subsiste qu'une seule valeur $k(i,a)$ donnant simultanément

$$\begin{matrix} k(i,b) \\ k(i,c) \\ \vdots \\ k(i,q) \end{matrix} \quad .$$

Pour cette valeur nous avons donc :

$$\delta_i = \frac{(k(i,x) + \varepsilon(i,x))}{\sigma_x}$$

(où $x = a$ ou b ou c ..... ou q).

Le nombre de longueurs d'ondes ainsi nécessaires est au minimum égal à 2 et, en général, ne dépasse pas 4, même pour une incertitude $\Delta\delta_i$ sur δ_i relativement grande. La probabilité de coïncidence entre plusieurs $k(i,a)$ avec $k(i,c)$, $k(i,d)$, etc.... étant d'autant plus faible que le nombre de longueurs d'ondes de référence utilisées est plus grand (voir l'exemple de calcul dans l'appendice II_1).

b) Mesure de plusieurs différences de marche.

α) Introduction.

Suivant cette méthode, les mesures des différences de marche δ_i sont indépendantes les unes des autres. Si nous devons n'en mesurer qu'une, par exemple δ_4 avec une incertitude inférieure à 10^{-8}, nous venons de voir que cela nécessite la connaissance de plusieurs nombres d'ondes de référence dont les valeurs absolues sont connues à cette même précision.

Comme nous l'avons annoncé plus haut, nous allons maintenant montrer que, dans notre cas, la mesure de plusieurs interféromètres dont les différences de marche suivent approximativement une progression géométrique nécessite, en fait, la connaissance d'une seule radiation parfaitement déterminée, la précision sur les autres nombres d'ondes de référence (stables à environ 10^{-9} pendant la durée de la mesure mais dont les valeurs absolues ne sont pas si bien connues) allant croissante au fur et à mesure que l'on passe d'un interféromètre de différence de marche δ_i à l'interféromètre suivant de différence de marche $\approx 10\ \delta_i$.

Cette dernière remarque peut présenter un certain intérêt car à l'heure actuelle il n'existe pas un très grand nombre de longueurs d'ondes de référence dans le visible dont les valeurs absolues ont été déterminées à 10^{-9} près ; cependant nous pouvons disposer de plusieurs longueurs d'ondes lasers asservies sur différentes raies atomiques de référence ayant cette stabilité [14].

Prenons un premier nombre d'ondes de référence σ_a parfaitement connu [6] et σ_b , σ_c , ... , σ_q plusieurs autres nombres d'ondes de référence. Supposons que la mesure de δ_i ait permis de déterminer la valeur absolue de ces derniers nombres d'ondes σ_b , σ_c , ... , σ_q avec une incertitude :

$$\delta\sigma = \frac{\Delta\,\sigma_i}{100} \quad \text{avec} \quad \Delta\,\sigma_i = \frac{1}{\delta_i}$$

d'où

$$\delta\sigma = \frac{1}{100\ \delta_i} \quad ; \qquad (37)$$

nous allons montrer comment il est possible, à l'aide de ces dernières mesures, de déterminer les $\sigma_{b,c,\ldots}\ \sigma_q$ avec une incertitude égale à $\delta\sigma = \frac{1}{100\ \delta(i+1)}$ lorsque l'on passe à l'interféromètre suivant de différence de marche $\delta(i+1) \approx 10\ \delta_i$; ceci permettant ainsi d'améliorer la précision sur la mesure des $\sigma_{b,c,\ldots}\ \sigma_q$ d'un facteur ≈ 10 . En passant ainsi successivement de l'interféromètre de différence de marche δ_i à celui de différence de marche $\delta(i+1)$ puis $\delta(i+2)$ et ainsi de suite jusqu'à l'interféromètre de plus grande différence de marche, nous pourrons effectuer la mesure des $\sigma_{b,c,\ldots}\ \sigma_q$ à $\frac{1}{100\ \delta max}$ près, ce qui correspond, dans notre cas, à :

$$\frac{1}{100\ \delta_4} \approx 2.10^{-4}\ \text{cm}^{-1} \quad (6\ \text{MHz}) \quad \text{pour} \quad \delta = 500\ \text{mm} .$$

La précision sur la mesure des $\sigma_{b,c,\ldots}\ \sigma_q$ gagnant un facteur 10 d'un interféromètre au suivant, l'incertitude maximale sur la connaissance de ces nombres d'ondes avant la première mesure devra donc être :

$$\delta\sigma \leqslant \frac{1}{10\ \delta min}$$

où δmin est la plus petite différence de marche de l'instrument.

Dans notre cas :

$$\delta\sigma < \frac{1}{10\,\delta_1} \approx 2\ \text{cm}^{-1} \qquad \text{avec} \qquad \delta_1 = 0{,}5\ \text{mm}\ .$$

Cette précision est tout à fait courante pour des nombres d'ondes de référence. Nous allons voir comment nous pouvons ainsi déterminer pratiquement les nombres d'ondes σ_r et les différences de marche.

β) Calcul.

Soit donc δ_1 la différence de marche du premier interféromètre ainsi que deux nombres d'ondes :

σ_a parfaitement connu

et σ_b dont on cherche à améliorer la précision.

Nous avons, d'après la relation (36) :

$$k(1,b) = \frac{k(1,a)\ \sigma_b}{\sigma_a} + \varepsilon(1,a)\ \frac{\sigma_b}{\sigma_a} - \varepsilon(1,b)\ .$$

Pour chercher les valeurs entières de $k(1,b)$ à $\pm 0{,}01$ près nous donnerons successivement les valeurs

$$\left(\sigma_b \pm \frac{n}{100\,\delta_1}\right) \qquad (\ n \ \text{variant de 0 à 10})$$

au second nombre d'ondes de référence ; ces valeurs appartiennent à l'intervalle, déterminé par l'incertitude $\frac{1}{10\,\delta_1}$ dans lequel σ_b est supposé connu ; puis nous calculons les différents $k(1,b)$ pour chacune de ces nouvelles valeurs de σ_b .

Bien entendu le nombre de coïncidences entre les valeurs $k(1,b)$, $k(1,c)$, etc... avec les valeurs de $k(1,a)$ est plus grand puisque nous avons, pour chaque nombre d'ondes de référence, 20 fois plus de

valeurs à calculer, mais la probabilité d'une telle coïncidence étant divisé par 50 chaque fois que l'on utilise un nouveau nombre d'ondes puisque l'on ne retient que les valeurs de k1,b,c,...,q entières à ± 0,01 près) la méthode converge rapidement vers une valeur unique de k(1,a) à laquelle correspond k(1,c) ... k(1,d) ... k(1,q) quels que soient σ_c , σ_d , ... , σ_q .

Cette méthode n'utilise en fait qu'un nombre très limité de nombres d'ondes de référence (de l'ordre de 4 à 6). Ainsi les nouvelles déterminations de ces nombres d'ondes $\sigma_{b,c,..,q}$ sont respectivement

$$\sigma_b + \frac{n}{100\ \delta_1} \quad , \quad \sigma_c + \frac{m}{100\ \delta_1} \quad , \quad \text{etc ...}$$

où n , m , ... sont les valeurs entières pour lesquelles il y a effectivement une seule coïncidence possible.

Ces mesures faites, et donc simultanément celle de δ_1 , nous recommençons le calcul pour δ_2 pour laquelle la précision sur les nombres d'ondes de référence est maintenant suffisante ($\delta\sigma \approx \frac{1}{100\ \delta_1} \approx \frac{1}{10\ \delta_2}$ et nous retrouvons la situation décrite plus haut) et ainsi de suite jusqu'à $\delta_4 = 500$ mm où nous déterminons (outre la valeur de δ_4 à 10^{-8} près) $\sigma_{b,c,..,q}$ à $\frac{1}{100\ \delta_4}$ près, soit environ 0,2 mK (6 MHz), ce qui correspond à un $\frac{\Delta\sigma}{\sigma} \approx 10^{-8}$.

3) Mesure des nombres d'ondes.

Maintenant que nous avons déterminé chaque différence de marche du sigmamètre à la précision voulue (correspondant à une incertitude $\Delta\delta$ inférieure au centième de tour sur chaque écran d'affichage),

nous pouvons très facilement calculer n'importe quel nombre d'ondes (ou longueur d'onde) issu d'un laser à la précision déterminée par l'interféromètre de plus grande différence de marche soit, comme nous l'avons vu : $\frac{\Delta\sigma}{\sigma} \approx 10^{-8}$. Ce calcul est évidemment effectué à l'aide de différentes phases ε_i affichées sur chaque oscilloscope et de la relation :

$$\delta_i = \frac{(k_i + \varepsilon_i)}{\sigma} \quad .$$

La valeur de σ est calculée successivement pour chaque δ (dans l'ordre 1, 2, 3 et 4) et la précision sur cette valeur augmente au fur et à mesure que l'on passe de l'interféromètre δ_i à l'interféromètre $\delta(i+1)$.

Soit pour δ_1 :

$$\delta_1 = (k_1 + \varepsilon_1)\sigma \qquad (38)$$

δ_1 est, maintenant, connu

ε_1 mesuré sur l'écran d'affichage.

Pour obtenir σ il nous manque k_1 mais nous avons vu que ce nombre d'ondes devait être au moins connu à $\frac{1}{\delta_1}$ près (incertitude déterminée par l'interféromètre de plus petite différence de marche) soit, dans notre cas, à environ 20 cm^{-1} près (δ_1 = 0,5 mm). Cette première valeur σ_0 du nombre d'ondes (donnée par exemple par un spectromètre de faible pouvoir de résolution) est suffisante pour déterminer "k" sans erreur (puisqu'une erreur d'une unité sur cette valeur correspond à une erreur $> \frac{1}{\delta_1}$ sur la valeur approximative de σ).

De (38) il vient :

$$k_1 = \underline{\text{partie entière de}}\ (\sigma_0\delta_1 - \varepsilon_1) \qquad (39)$$

ce qui nous permet de calculer une seconde valeur plus précise de σ :

$$\sigma_1 = \frac{k_1 + \varepsilon_1}{\delta_1} \quad . \qquad (40)$$

Cette nouvelle valeur σ_1 du nombre d'ondes permet maintenant de calculer de la même façon k_2 sans erreur.

Pour δ_2 (39) s'écrit :

$$k_2 = \underline{\text{partie entière de}}\ (\sigma_1\delta_2 - \varepsilon_2)$$

d'où :

$$\sigma_2 = \frac{k_2 + \varepsilon_2}{\delta_2}$$

et ainsi de suite jusqu'à δ_4 d'où l'on tire la valeur la plus précise de σ :

$$\sigma_4 = \frac{k_4 + \varepsilon_4}{\delta_4} = \sigma + \Delta\sigma \quad \text{avec} \quad \Delta\sigma \approx 0{,}2 \text{ mK} \quad .$$

Un programme très simple (Appendice II_2) permet, après une mise en mémoire des différents δ_i , de calculer rapidement σ par les simples données de σ_0 et des différents ε_i .

III. Mesure directe.

Dans la méthode que nous venons de décrire, les valeurs des différences de marche ne suivaient pas rigoureusement une progression géométrique ce qui rendait la lecture directe du nombre d'ondes sur les écrans d'affichage difficile. Dans le mesure où chaque différence de marche doit être stabilisée, nous pouvons penser effectuer cette stabilisation sur certaines valeurs telle que celles-ci suivent une progression géométrique rigoureuse. Ceci peut s'effectuer en plusieurs temps :

1 - Stabilisation des différences de marche sur des valeurs approximatives (asservissement sur une raie fixe) ;

2 - Mesures de ces différences de marche par la méthode que nous avons décrite en I ;

3 - Corrections de ces différences de marche (en agissant par exemple sur la tension des céramiques piezo utilisées pour l'asservissement) ;

4 - Seconde série de mesures de contrôle.

Lorsque les valeurs de ces différences de marche suivent rigoureusement une progression géométrique nous pouvons, alors, lire directement la valeur du nombre d'ondes de la radiation laser sur les écrans d'affichage , chacun de ces écrans donnant une décimale de cette valeur.

Prenons comme exemple quatre différences de marche (qui sont celles de l'appareil en cours de construction) :

$\delta_1 = 1$ mm $\qquad\qquad \Delta\sigma = 10\ cm^{-1}$

$\delta_2 = 10$ mm $\qquad\qquad \Delta\sigma = 1{,}0\ cm^{-1}$

$\delta_3 = 100$ mm $\qquad\qquad \Delta\sigma = 0{,}10\ cm^{-1}$

$\delta_4 = 1000$ mm $\qquad\qquad \Delta\sigma = 0{,}010\ cm^{-1}$.

Supposons que le nombre d'ondes à mesurer soit :

$$\sigma = 16959{,}5741 \quad .$$

Les quatre premiers chiffres significatifs pourront être donnés par un spectromètre. Ensuite, les quatre écrans d'affichage gradués de 0 à 100 donneront respectivement : 9_6 ; 5_7 ; 7_4 ; 41 soit les 5 chiffres significatifs restants.

CONCLUSION

CONCLUSION

Le sigmamètre, utilisé comme pilote de la fréquence des lasers accordables, donc muni de son électronique d'asservissement, a permis la réalisation de nombreuses expériences [10], [15], [16], [17], [18], en particulier celles effectuées en collaboration avec une équipe du Laboratoire Bernas [10], [16] . Ces expériences préliminaires nous ont permis de mesurer les déplacements isotopiques et les structures hyperfines des raies D_1 et D_2 des isotopes 21, 22, 24 et 25 du sodium avec une assez bonne précision et d'obtenir une première estimation du moment quadrupolaire de la raie D_2 du sodium 25. Malgré certaines difficultés de réglage rencontrées avec le premier type de sigmamètre utilisé dans ces expériences, celles-ci nous ont montré combien cet instrument constituait un système très efficace et commode pour effectuer le pilotage de la fréquence d'un laser accordable. En effet cette fréquence a pu être contrôlée pendant plusieurs heures sans qu'il y ait eu saut de mode, ce qui garantit donc une bonne stabilité à long terme de la fréquence du laser et permet ainsi la réalisation d'expériences nécessitant de très longs enregistrements.

La linéarité du balayage peut être satisfaisante et l'électronique d'asservissement fournit une échelle de fréquence qui permet ainsi de mesurer directement des écarts relatifs entre diverses fréquences voisines avec une incertitude inférieure à 2 MHz (1 MHz pour un appareil de 1m de différence de marche maximale). De plus, cet ensemble peut, en principe, être adapté aux lasers fonctionnant en impulsions puisque la mesure est instantanée et ne fait intervenir aucune pièce mobile (bien qu'à ce jour nous n'ayons pas encore eu l'occasion de le vérifier expérimentalement).

D'ores et déjà nous avons montré que le sigmamètre pouvait servir de repère absolu du nombre d'ondes des lasers en notant une première fois la position de chaque spot sur les écrans d'affichage lorsque le laser était accordé sur une transition atomique hyperfine ; après avoir changé sa fréquence (afin par exemple d'explorer une nouvelle raie) nous avons pu facilement recaler la fréquence du laser sur la valeur initiale mais nous espérons très prochainement faire de véritables mesures absolues avec une précision relative de l'ordre de 10^{-8} en utilisant un nouvel appareil , mieux adapté aux mesures absolues, qui est actuellement en cours de construction.

Au terme de cet exposé, je voudrais exprimer ma gratitude à tous ceux qui m'ont permis d'effectuer ce travail dans les meilleures conditions.

Je remercie très vivement M. le Professeur Pierre JACQUINOT de m'avoir accueilli au Laboratoire Aimé Cotton et de l'intérêt qu'il a manifesté pour cette étude.

Ce travail a été effectué sous la direction de Jacques PINARD ; je voudrais lui exprimer, ainsi qu'à Sylvain LIBERMAN, ma profonde reconnaissance de m'avoir proposé ce sujet passionnant ainsi que du soutien permanent qu'ils m'ont apporté tout au long de cette étude.

Que M. Guy HERVE, grâce à qui j'ai obtenu une bourse de trois mois financée par la Société I. B. M., veuille trouver ici le témoignage amical de ma reconnaissance.

Ce travail a pu être réalisé grâce à la collaboration efficace de tout le personnel technique et administratif du laboratoire : mes plus vifs remerciements vont à Roger LEROUX qui m'a permis d'accéder aux mystères de l'électronique ; Henry CALVIGNAC avec qui j'ai eu de nombreux contacts ; Gérard CLINARD (de l'Institut d'Optique) qui a assuré la réalisation des pièces optiques, ainsi qu'à tous les techniciens de l'atelier qui se sont chargés des ensembles mécaniques.

Je ne saurais oublier Christine MILLET qui m'a été d'une aide précieuse durant cette étude et qui a également effectué une bonne partie des dessins qui illustrent ce texte.

Enfin, mes remerciements les plus sincères vont également à Geneviève FONTAINE et à Michel REY qui ont assuré la dactylographie et l'illustration de ce mémoire avec compétence et célérité.

APPENDICE I

APPENDICE I

CALCUL DE L'INTENSITE D'UN FAISCEAU GAUSSIEN A LA SORTIE D'UN INTERFEROMETRE DE DIFFERENCE DE MARCHE δ .

D'après [11] nous avons :

$$E(r,z) = \frac{\omega_0}{\omega(z)} e^{\left(\frac{-r^2}{\omega^2(z)}\right)} e^{-i\left(kz - \arctan\frac{\lambda Z}{\pi \omega_0^2}\right)} e^{-\frac{ik\, r^2}{2R(z)}} \quad ; \qquad (1)$$

nous avons vu (chap. IV) que pour $\omega_0 \approx \omega(z)$ et pour $\Phi = \frac{\lambda Z}{\pi \omega_0^2}$ petit la relation (1) peut s'écrire :

$$E(r,z) = e^{\frac{-r^2}{\omega_0^2}} e^{-i\, k(r)\, Z} \qquad (2)$$

avec $k(r) = k - \frac{\lambda}{\pi \omega_0^2} + \frac{r^2}{\omega_0^2} \frac{\lambda}{\pi \omega_0^2}$; $\qquad (3)$

l'intensité du faisceau à la sortie de l'interféromètre de différence de marche δ et à la distance r de l'axe Z est donc égale à :

$$I(r,\delta) = \left|E_1(Z_1) + E_2(Z_2)\right|^2 \propto 2e^{\frac{-2r^2}{\omega_0^2}} \left\{1 + \cos k(r)\, \delta\right\} \qquad (4)$$

avec $\delta = z_2 - z_1$.

L'intensité totale mesurée par un détecteur placé derrière un diaphragme centré de rayon r_0 sera proportionnelle à :

$$I(r_0,\delta) \propto \int_0^{r_0} I(r,\delta)\, 2\pi\, r\, dr \qquad (5)$$

d'où, en utilisant (4) :

$$I(r_0,\delta) \propto 4\pi \int_0^{r_0} e^{-\frac{2r^2}{\omega_0^2}}\, r\, dr + 4\pi \int_0^{r_0} e^{-\frac{2r^2}{\omega_0^2}} \cos(k(r)\delta).r\, dr \quad .$$

- la première intégrale I_1 représente la partie continue, nous avons :

$$I_1 = \pi\, \omega_0^2 \left[e^{-\frac{2r_0^2}{\omega_0^2}} - 1 \right] \qquad (7)$$

- la seconde intégrale I_2 représente la partie modulée :

$$I_2 = 4\pi \int_0^{r_0} e^{-\frac{2r_0^2}{\omega_0^2}} \cos\left(k - \frac{\lambda}{\pi\, \omega_0^2} + \frac{r^2}{\omega_0^2} \frac{\lambda}{\pi\, \omega_0^2}\right) \delta .\, r\, dr \qquad (8)$$

posons :

$$\gamma = \frac{2}{\omega_0^2}$$

$$\alpha = \left(k - \frac{\lambda}{\pi\, \omega_0^2}\right) \delta$$

$$\beta = \left(\frac{\lambda}{\pi\, \omega_0^4}\right) \delta$$

et $$u = r^2$$

alors (8) s'écrit :

$$I_2 = 2\pi \int_0^{r_0} e^{-\gamma u} \cos(\alpha + \beta u)\, du \quad ; \tag{9}$$

nous remplaçons $\cos(\alpha+\beta u)$ par $\dfrac{e^{i(\alpha+\beta u)} + e^{-i(\alpha+\beta u)}}{2}$

et (9) devient :

$$I_2 = \pi\, e^{i\alpha} \int_0^{r_0} e^{(-\gamma + i\beta)u}\, du + \pi\, e^{-i\alpha} \int_0^{r_0} e^{(-\gamma - i\beta)u}\, du$$

soit :

$$I_2 = \frac{2\pi}{\gamma^2+\beta^2}\left[-\gamma\left[e^{-\gamma u_0}\cos(\alpha+\beta u_0) - \cos\alpha\right] + \beta\left[e^{-\gamma u_0}\sin(\alpha+\beta u_0) - \sin\alpha\right]\right] \tag{10}$$

En décomposant $\cos(\alpha+\beta u_0)$ et $\sin(\alpha+\beta u_0)$ nous obtenons :

$$I_2 = \frac{2\pi}{\gamma^2+\beta^2}\left[\cos\alpha\left(-\gamma e^{-\gamma u_0}\cos\beta u_0 + \beta e^{-\gamma u_0}\sin\beta u_0 + \gamma\right)\right.$$
$$\left. + \sin\alpha\left(\gamma e^{-\gamma u_0}\sin\beta u_0 + \beta e^{-\gamma u_0}\cos\beta u_0 - \beta\right)\right] \quad ;$$

comme βu_0 est petit devant α nous pouvons écrire I_2 de la forme (en négligeant le terme en β^2) :

$$I_2 = \frac{2\pi}{\gamma^2+\beta^2}\left\{\cos\alpha\left[-\gamma\left(e^{-\gamma u_0}-1\right)\right] + \sin\alpha\left[\beta\left(e^{-\gamma u_0}-1\right) + \beta\,\gamma u_0 e^{-\gamma u_0}\right]\right\} . \tag{11}$$

Nous avons donc une relation du type :

$$A\cos\alpha + B\sin\alpha = C\cos(\alpha+\Phi) \tag{12}$$

où $C = \sqrt{A^2+B^2}$ et tangente $\Phi = \dfrac{-B}{A}$

avec $B = \beta(e^{-\gamma u_0} - 1) + \beta \gamma u_0 e^{-\gamma u_0}$

et $A = -\gamma(e^{-\gamma u_0} - 1)$.

Pour évaluer le terme d'amplitude C nous pouvons également négliger le second terme de B qui reste petit devant le premier, d'où :

$$C = (e^{-\gamma u_0} - 1) \sqrt{\beta^2 + \gamma^2} \quad . \tag{13}$$

Quant au terme de phase, nous avons :

$$\operatorname{tg} \Phi \approx \Phi \approx \frac{\beta}{\gamma} + \frac{\beta u_0 \, e^{-\gamma u_0}}{e^{-\gamma u_0} - 1}$$

soit encore :

$$\Phi \approx \frac{\beta}{\gamma} - \frac{\beta u_0}{e^{\gamma u_0} - 1} \quad ; \tag{14}$$

donc I_2 est égale à :

$$I_2 = \frac{2\pi}{\gamma \sqrt{1 + \frac{\beta^2}{\gamma^2}}} (e^{-\gamma u_0} - 1) \left[\cos \left(\alpha + \frac{\beta}{\gamma} - \frac{\beta u_0}{e^{\gamma u_0} - 1} \right) \right] \quad , \tag{15}$$

soit en remplaçant α , β , γ et u_0 par leurs valeurs (8) :

$$I_2 = \frac{\pi \omega_0^2 \left(e^{-\frac{2r_0^2}{\omega_0^2}} - 1 \right)}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2 \delta^2}{4\pi^2 \omega_0^4}}} \left\{ \cos \left[k - \frac{\lambda}{2\pi \omega_0^2} \; 1 + \frac{\frac{2r_0^2}{\omega_0^2}}{e^{\frac{2r_0^2}{\omega_0^2}} - 1} \right] \delta \right\} \tag{16}$$

en posant $2\varepsilon = \dfrac{\lambda^2 \delta^2}{4\pi^2 \omega_0^4}$; $u_0 = \dfrac{2r_0^2}{\omega_0^2}$

et en utilisant les relations (7) et (16) nous retrouvons la relation (25) du chapitre IV :

$$I(r_0,\delta) \propto I_1 + I_2 = I_0 \left\{ 1 + (1-\varepsilon) \cos \left[k - \frac{\lambda}{2\pi\, \omega_0^2} \left(1 + \frac{u_0}{e^{u_0} - 1} \right) \right] \delta \right\} \qquad (17)$$

Remarque :

Le contraste des franges $C = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$ sera égal à $(1-\varepsilon)$, soit :

$$C = 1 - \frac{\lambda^2 \delta^2}{8\pi^2\, \omega_0^4} \quad ;$$

avec $\lambda = 0{,}6\ \mu$, $\delta = 1$ mm et $\omega_0 = 2$ mm, nous avons $C = 1 - 3.10^{-4} \simeq 1$!

APPENDICE II

APPENDICE II

EXCEDENTS FRACTIONNAIRES : PROGRAMMES DE CALCUL

Dans cet appendice nous nous proposons (à titre d'exemple) de décrire, dans les grandes lignes, deux programmes simples permettant d'effectuer le calcul rapide des différences de marche et des nombres d'ondes à l'aide des indications fournies par les différents écrans d'affichage ; puis nous donnerons également en exemple les calculs d'une différence de marche et d'un nombre d'ondes effectués à l'aide de ces programmes.

Ceux-ci ont été écrits pour le calculateur HP 9821 A . Ce calculateur est parfaitement adapté pour ce type de calcul qui nécessite un certain nombre de mémoires (une pour chacun des ordres d'interférence "k_1" pour lequel "k_2" (32) est entier à $\pm 0{,}01$ près) sans pour autant faire appel à de gros ordinateurs dont l'emploi est beaucoup plus complexe (et plus coûteux). De plus, les programmes peuvent être mis en mémoire sur une carte magnétique (ou sur une mini-cassette suivant le modèle).

```
0:
ENT "K",A;PRT "K=",A; ENT "N",B;PRT "N=",B ⊢
1:
ENT "L1",C;PRT "LAMBDA 1=",C;
ENT "E1",X;PRT "EPSILON 1=",X ⊢
2:
10→R3; 10→R4; 4→R5; 150→R6 ⊢
3:
SPC 1 ⊢
4:
ENT "L2",Y;PRT "LAMDA 2=",Y;
ENT "E2",Z;PRT "EPSILON 2=",Z; SPC 1 ⊢
5:
A-B→R1 ⊢
6:
R1xC/Y+XC/Y-Z→R2 ⊢
7:
IF ABS (R2-INT (R2+.5))≤.015;R1→ RR3;
R3+1→ R3; IF R3=R6;PRT "STOP"; GTO 19 ⊢
8:
R1+1→ R1; IF R1 > A+B;GTO 12 ⊢
9:
GTO 6 ⊢
10:
PRT RR4; R4+1→ R4;IF R4=R3;GTO 12; SPC11 ⊢
11:
GTO 10 ⊢
12:
150→R3; 150→R4; 300→R6; GTO 4 ⊢
→13:
10→R3; 150→R4 ⊢
14:
IF RR4=0; GTO 19 ⊢
15:
IF RR3=0; GTO 19 ⊢
16:
IF RR3=RR4;PRT "K=",RR3; PRT "DELTA=",
(RR3+X)C; SPC 1 ⊢
17:
IF RR3 > RR4;R4+1→ R4; GTO 14 ⊢
18:
IF RR3≤ RR4;R3+1→ R3; GTO 14 ⊢
19:
END ⊢
Σ 26261
R 347
```

Fig. 22a : mesure de δ

```
K=
 7.898700000E 05
N=
 1.600000000E 03
LAMBDA 1=
 6.328267500E-01
EPSILON 1=
 2.700000000E-01

LAMBDA 2=
 5.787326900E-01
EPSILON 2=
 1.700000000E-01

LAMBDA 3=
 5.145876400E-01
EPSILON 3=
 3.700000000E-01

K=
 7.894830000E 05
DELTA=
 4.996061319E 05

K=
 7.898790000E 05
DELTA=
 4.998567313E 05

K=
 7.902750000E 05
DELTA=
 5.001073307E 05

LAMBDA 4=
 6.548375900E-01
EPSILON 4=
 3.200000000E-01

K=
 7.884210000E 05
DELTA=
 4.989340699E 05

K=
 7.898790000E 05
DELTA=
 4.998567313E 05

K=
 7.913370000E 05
DELTA=
 5.007793927E 05
```

Fig. 22b

1) Calcul d'une différence de marche.

Nous allons simplement commenter sans beaucoup de détails le programme (très simple) dont le listing, fourni par le calculateur, a été reproduit sur la fig. (22a). Ce programme suit presque rigoureusement la méthode de calcul qui a été décrite au chapitre V.

Ce calculateur permet d'effectuer diverses opérations entre n'importe lesquelles des mémoires A, B, C, X, Y, Z ou R suivies d'un nombre (de 1 à 450 environ).

Au début du calcul (position "RUN") ce calculateur commence par demander (ENT " ") les différentes valeurs qui doivent être inscrites dans les mémoires utilisées lors de ce calcul ; par exemple (ligne 0) :

"k" en A représente la valeur approximative de l'ordre d'interférence calculé à partir de la relation $k = \frac{\delta}{\lambda}$ où δ est mesuré mécaniquement à $\pm\Delta\delta$ près et λ est une première longueur d'onde de référence.

"N" en B est un nombre entier proportionnel à l'incertitude $\Delta\delta$ ($N = \frac{\Delta\delta}{\lambda}$) et détermine l'intervalle dans lequel on fera varier "k" soit : de (k-N) à (k+N) ;

même chose pour la ligne 1, et ainsi de suite.

Les opérations sont écrites explicitement ; par exemple, ligne 5 : A-B ; les sigles →R1 signifient que la valeur A-B est mise en mémoire 1.

L'ordre "IF" permet de n'exécuter un calcul ou un autre ordre que si une certaine condition est vérifiée ; exemple ligne 8 : l'ordre GOTO 12 (aller à la ligne 12) n'est exécuté que si $R_1 > A+B$.

Dans ce programme nous mettons les différentes valeurs de "k" , calculées à l'aide de deux premières longueurs d'ondes de référence, dans un premier groupe de mémoires (de R 10 à R 150) puis nous recommençons le calcul à l'aide de la première longueur d'onde de référence et d'une troisième et les nouvelles valeurs de "k" sont mises dans un second groupe de mémoires (de R 150 à R 300) puis nous comparons entre elles les différentes valeurs de k mémorisées dans chacun de ces groupes (de la ligne 14 à la ligne 18). Au cours de ces comparaisons toutes les valeurs de k , où il y a coïncidence, sont imprimées ; s'il y en a plus d'une, nous devons recommencer le calcul à l'aide d'une quatrième longueur d'onde de référence et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'une seule valeur de "k" commune.

Exemple :

La figure (22b) montre l'exemple d'un calcul d'une différence de marche environ égale à 500 mm ; dans cet exemple $N = 1600$, ce qui correspond à une incertitude $\Delta\delta$ sur la différence de marche de ± 1 mm.

A l'aide de trois premières longueurs d'onde de référence il reste encore trois valeurs possibles de k_1 (correspondant à λ_1) ; même chose si l'on remplace la troisième valeur de λ par une quatrième longueur d'onde de référence, mais à ce moment là l'indétermination est

```
0:
ENT "LAMBDA",A; PRT "LAMBDA 0=",A;
ENT "E1",R1→R1; PRT "EPSILON 1",R1 ⊢
1:
ENT "E2",R2→R2; PRT "EPSILON 2=",R2;
ENT "E3",R3→R3; PRT "EPSILON 3=",R3; ⊢
2:
ENT "E4",R4→R4; PRT "EPSILON 4=",R4 ⊢
3:
ENT "D1",R6→R6; ENT "D2",R7→R7;
ENT "D3",R8→R8; ENT "D4",R9→R9 ⊢
4:
0→R5; 0→R10; 6→R11; 1→R12 ⊢
5:
INT ((RR11-RR12*A)/A+.5)→B ⊢
6:
RR11/(B+RR12)→A; R11+1→R11; R12+1→R12;
IF RR12=0; GTO 8 ⊢
7:
GTO 5 ⊢
8:
PRT "LAMBDA =",A ⊢
9:
SPC 5 ⊢
10:
GTO 0 ⊢
11:
END ⊢
⌊ 4611
R 372
```

Fig. 23a : mesure de λ

```
LAMBDA 0=
        .58960000
EPSILON 1=
        .46000000
EPSILON 2=
        .63000000
EPSILON 3=
        .88000000
EPSILON 4=
        .72000000
LAMBDA =
        .58963745

LAMBDA 0=
        .58995000
EPSILON 1=
        .42000000
EPSILON 2=
        .59000000
EPSILON 3=
        .84000000
EPSILON 4=
        .72000000
LAMBDA =
        .58963745

LAMBDA 0=
        .58990000
EPSILON 1=
        .48500000
EPSILON 2=
        .65500000
EPSILON 3=
        .90500000
EPSILON 4=
        .72000000
LAMBDA =
        .58963745

LAMBDA 0=
        .58930000
EPSILON 1=
        .48500000
EPSILON 2=
        .65500000
EPSILON 3=
        .90500000
EPSILON 4=
        .72000000
LAMBDA =
        .58963745

LAMBDA 0=
        .58935000
EPSILON 1=
        .42000000
EPSILON 2=
        .59000000
EPSILON 3=
        .84000000
EPSILON 4=
        .72000000
LAMBDA =
        .58963745
```

Fig. 23b

levée car il n'y a plus coïncidence entre les quatre autres valeurs de "k_1" .

2) Mesure des longueurs d'ondes (ou nombres d'ondes).

Ce programme est encore plus simple et n'offre aucune difficulté particulière (fig. 23a). Il s'agit simplement de mettre en mémoire les valeurs des quatre différences de marche, la valeur approximative de la longueur d'onde à mesurer ainsi que les quatre excédents fractionnaires affichés sur les écrans d'oscilloscope. Le programme exécute alors quatre fois de suite les relations (35) et (36) du chapitre V : ligne 5 et 6 .

L'exemple (fig. 23b) nous montre le calcul d'une longueur d'onde connue à environ ± 3 Å près et dont les excédents fractionnaires sur les écrans d'affichage ont été mesurés à $\pm 0,03$ près ($\approx \pm 10°$) pour les trois premiers interféromètres et à $\pm 0,01$ près ($\approx 3,6°$) pour le dernier (δ_4) .

L'incertitude finale sur la mesure de λ est environ $\Delta\lambda \approx 2,5.10^{-5}$ Å ($\Delta\sigma \approx \pm 0,2$ mK), d'où :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 1,2.10^{-8} \quad .$$

REFERENCES

REFERENCES

[1] S. Liberman et J. Pinard, Appl. Phys. Lett., 24, p. 142 (1973).

[2] R. L. Kohn, C. V. Shank, E. P. Ippen et A. Dienes, Opt. Commun. 3, p. 177 (1971).

[3] Coherent Radiation dye Laser : Model 599-2.

[4] Coherent Radiation : Model 404 digital Wavemeter.
Une version plus élaborée de la méthode utilisée dans cet appareil a été publiée récemment par : J. L. Hall et S. A. Lee, Appl. Phys. Lett., 29, n° 6, p. 367 (1976).

[5] J. F. Lesprit, Thèse de 3ème cycle, Orsay (1970).

[6] A. Brillet, P. Cérez et H. Clergeot, I E E E, QE 10, p. 526 (1974).

[7] S. N. Bogaev, E. V. Baklanov et V. P. Chebotaev, J E T P Lett., 16, p. 433 (1972).

[8] A. Brillet, P. Cérez, à paraître dans : Métrologia (Janvier 1977).
On trouvera un inventaire détaillé concernant les publications parues sur ce type de laser stabilisé dans la Thèse d'Etat de A. Brillet (Orsay, 1976).

[9] G. Bruhat, Cours d'Optique, p. 397

[10] G. Huber, R. Klapisch, C. Thibault, H. T. Duong, J. Pinard, J. L. Vialle, P. Juncar et P. Jacquinot, Phys. Rev. Lett., 34, p. 1209 (1975).

[11] H. Kogelnik et T. Li, Proc. of I E E E, 54, n° 10, p. 1312 (1966).

[12] Un résumé de ces calculs a été exposé à l'Ecole d'Eté de Physique Théorique des Houches par J. P. Monchalin (1975).

[13] G. Bruhat, Cours d'Optique, p. 142

[14] H. T. Duong, P. Jacquinot, S. Liberman, J. L. Picqué, J. Pinard et J. L. Vialle, Opt. Commun., 7, 371 (1973).

[15] M. Crance, P. Juncar et J. Pinard, J. Phys. B, Atom. Molec. Phys., Vol. 8, n° 15, p. 2461 (1975).

[16] G. Huber, R. Klapisch, C. Thibault, H. T. Duong, P. Juncar, S. Liberman, J. Pinard, J. L. Vialle et P. Jacquinot, C. R. Acad. Sc. Paris, 282 B, p. 119 (1976).

[17] R. J. Champeau et J. C. Keller, J. de Phys. Lett., 36, p. L-161, (1975).

[18] C. Delsart et J. C. Keller, Opt. Commun., 16, n° 3, p. 388 (1976).

ANNEXE I

A NEW METHOD FOR FREQUENCY CALIBRATION AND CONTROL OF A LASER

P. JUNCAR and J. PINARD
Laboratoire Aimé Cotton, C.N.R.S. II, Bât. 505, 91405 – Orsay, France

Received 24 April 1975

A new method is introduced for high-precision measurement of the wavenumber of monochromatic radiation emitted by a single-mode tunable laser. The main task of the apparatus (called sigmameter) is the direct measurement of the wavenumber. Furthermore it serves as a reference for the stabilization and piloting of the laser frequency.

With the new developments of the tunable lasers in the past few years, it is possible to work with lasers oscillating in a single mode, and tunable continuously over a relatively wide wavelength range. However, for any high resolution experiment involving atoms and a tunable laser, one has to solve the particular problem of centering the laser wavelength on an atomic transition. Up to now this is generally done using a reference source and a high resolving power spectrometer which is an expensive and enormous apparatus. We have pointed out the qualities required for an instrument permitting to solve this problem in a manner well adapted to the tunable laser sources:

– First, the system should give a direct visualization of the wavenumber (or wavelength) so that the apparatus might be able to work as well in the cw as in the pulsed laser regime; the accuracy required should be of a few MHz.

– Secondly, it should be necessary to have the possibility to tune the laser wavelength at a predetermined value.

– Finally, the system should be able to pilot the laser wavelength and to scan it either linearly or step by step.

At the present time, no method meets these requirements. In this paper we present a possible version of an instrument which fullfills the above conditions and which has been experimentally tested for some of its main properties.

The principle of the apparatus is the following: the basic element is a two-channel Michelson interferometer with a fixed path difference δ and such that, at the output of the interferometer, two signals are available expressed by $I_0(1 + \cos 2\pi\sigma\delta)$, and $I_0(1 + \sin 2\pi\sigma\delta)$ (see fig. 1).

From these two signals it is possible to deduce σ modulo $1/\delta$ (δ being assumed to be constant and known once for all). The simplest method consists in reducing the signals, by an electronic treatment, to $\cos 2\pi\sigma\delta$ and $\sin 2\pi\sigma\delta$ and then to feed them respectively to the horizontal and vertical plates of an oscilloscope. So, one has a spot, the angular position of which gives the value of $\sigma \pm k/\delta$, one complete turn corresponding to a variation of σ equals to $1/\delta$. Thus in fact it is the wavenumber σ which is measured in this experiment (by comparison to $1/\delta$), and for this reason we called our instrument "Sigmameter". The precision of the measurement is independent of the spot location (this is not the case for other methods using, for example, a Fabry–Perot interferometer; such methods need the use of a scanning interferometer). In order to overcome the indetermination k we use several interferometers of the same type having a common mirror with path differences in geometric ratios such as, in our case, 50 cm, 5 cm, 0.5 cm, 0.05 cm: Thus we can deduce the wavenumber of the radiation with an accuracy determined by the interferometer of the highest path difference. If one estimates that one can read easily a hundredth of the circumference this precision is better than 2×10^{-4} cm^{-1} (6 MHz). Using the four interferometers it is then possible to read the last digit of the wavenumber with an indetermination given by the interferometer of

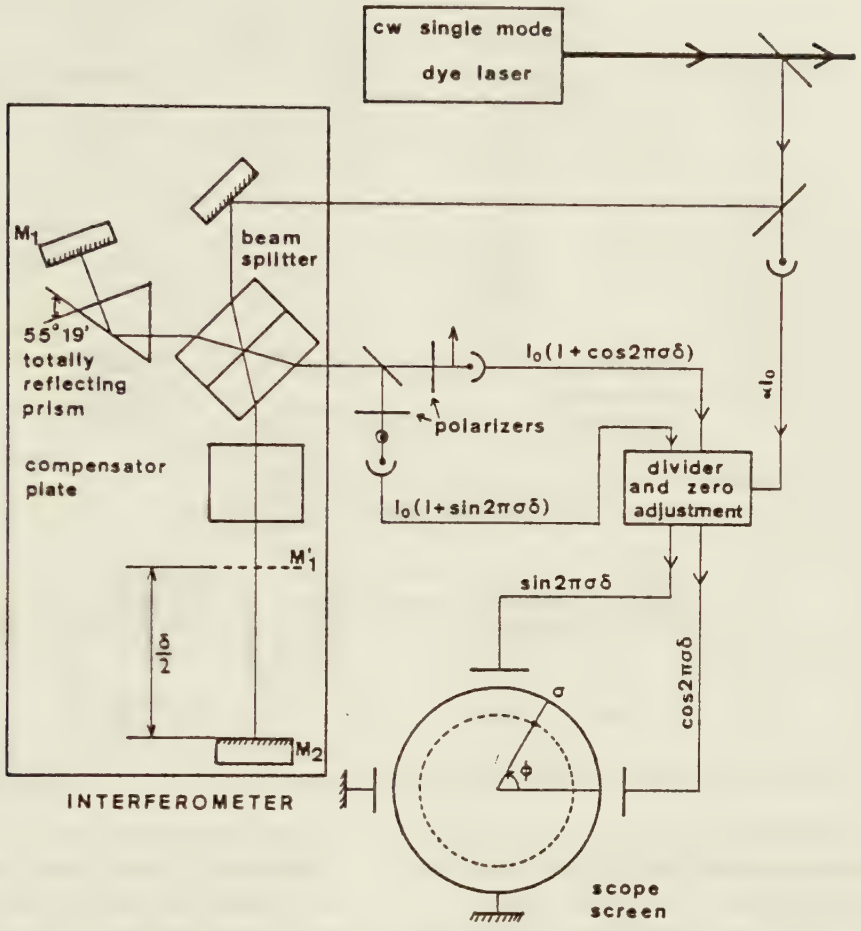


Fig. 1. Schematic diagram of the interferometer used in the sigmameter. The polarization of the beam entering into the interferometer is at 45° of the prism axis and the two analyzers are respectively parallel and perpendicular to the prism axis.

lower path difference that is $\pm k \times 20\ \mathrm{cm}^{-1}$, the first digit of the wavenumber can be easily read using a simple spectrometer.

Practically, the path differences are not in geometric ratios and, in order to make absolute measurements, we have to calibrate all of them exactly using reference lines; the path difference of each interferometer can be locked to a reference line using a servo system; so, our method can give wavenumbers directly by comparison with a standard line such as the one produced by a HeNe laser at 6328 Å, stabilized on iodine.

The interferometer is shown in fig. 1. In order to provide – in an achromatic way – the phase difference of $\pi/2$ between the two signals, namely $I_0(1 + \cos 2\pi\sigma\delta)$ and $I_0(1 + \sin 2\pi\sigma\delta)$, we have included in one arm of the interferometer a totally reflecting prism (with a parallel plate in the other arm for compensation of achromatism). If the laser beam enters in the interferometer polarized at 45° of the prism axis, one has two rectangular polarizations interfering independently and the two corresponding fringe systems present a phase difference 2Ψ derived from the Fresnel formula:

$$\mathrm{tg}(\Psi/2) = \frac{\cos i\sqrt{\sin^2 i - i/n^2}}{\sin^2 i},$$

where i is the angle of incidence of the beam on the reflecting face of the prism. For a low dispersive medium of refractive index $n = 1.52$, $2\Psi = \pi/2$ for $i = 55°19'$. The two components of the beam are separated using a beam splitter and two polarizers. In this method

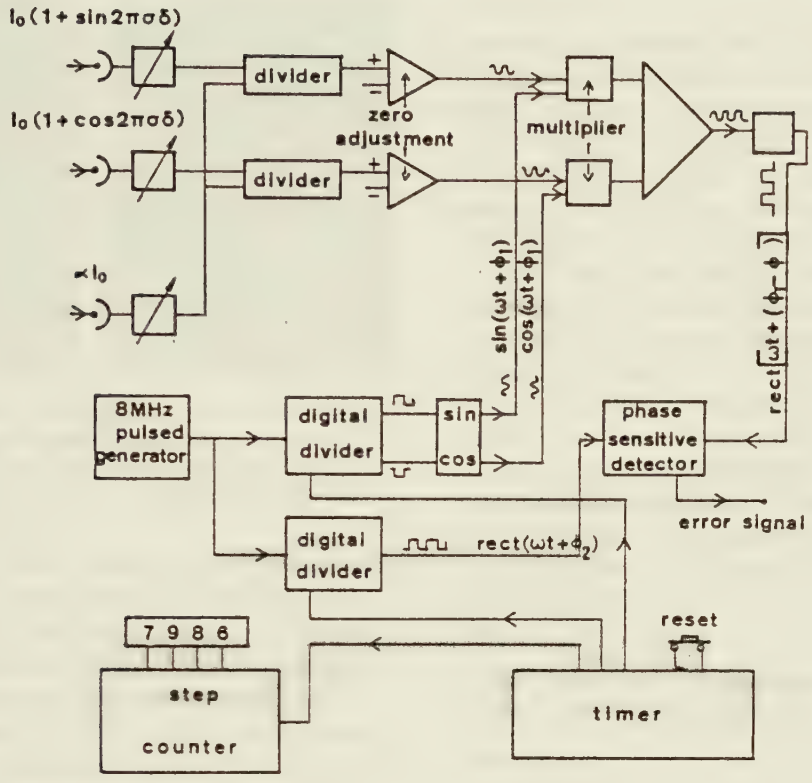


Fig. 2. Block diagram of the electronic system used to servocontrol the dye laser frequency and scan it step by step.

the phase variation Ψ is relatively insensitive to the wavelength and therefore the apparatus is almost perfectly achromatic. Furthermore the relative phase between the two output signals is conserved even if there is a slight misalignment of the interferometer. This is due to the fact that the two beams which generate the two signals follow exactly the same path in the interferometer.

The common part of the four interferometers is mounted in an invar cube in which are located the beam splitter with its compensator plate, the prism in an arm of the interferometer, its compensator plate in the other arm, and the mirror M1 which is common to the 4 interferometers so that its image by the beam splitter M_1' coincides with the upper plane of the cube. On this plane are placed four spacers in order to sustain the four mirrors of the second arm. Under good temperature stabilization this system has shown a good mechanical stability.

Using the apparatus we have not yet done any absolute measurements of wavenumber. Up to now it has been used only to stabilize the laser frequency and to scan it in order to do some relative measurements such as isotope shifts and hyperfine splittings.

The stabilization of the frequency of a dye laser has been realized the following way (fig. 2). (For this purpose we used only the interferometer of highest path difference.) The two signals $\sin\varphi$ and $\cos\varphi$ ($\varphi = 2\pi\sigma\delta$) given by this interferometer are multiplied electronically by two periodic signals $\cos(\omega t + \varphi_1)$ and $\sin(\omega t + \varphi_1)$ so as to get (adding the two resulting signals) $\sin(\omega t + \varphi_1 - \varphi)$ which is phase detected using a reference signal $\mathrm{rect}(\omega t + \varphi_2)$ after passing a saturable amplifier to suppress amplitude fluctuations. A dc signal is then obtained proportional to the phase difference $\varphi - \varphi_1 + \varphi_2$ in the range $-\pi/2 < \varphi - \varphi_1 + \varphi_2 < \pi/2$. After amplification and integration this signal is sent to the transducer of the dye laser so as to stabilize the dye laser frequency to the value corresponding to $\varphi = 2\pi\sigma\delta = \varphi_1 - \varphi_2$. In our case $\omega = 2\pi \times 100$ kHz, and the time response of the servo system is limited only by the transducer.

In order to scan the laser frequency $\cos(\omega t + \varphi_1)$, $\sin(\omega t + \varphi_1)$, and $\cos(\omega t + \varphi_2)$ are generated from a

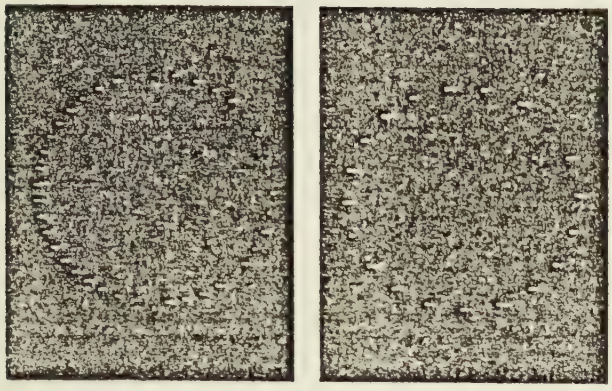


Fig. 3. (a) Photograph of the oscilloscope screen when the dye laser frequency is scanned step-by-step over a 3 GHz range (5 turns superimposed), each step corresponding to 15 MHz. (b) A step-by-step scanning, each step corresponding to 30 MHz.

pulse generator at 8 MHz followed by two dividers of ratio 80. If we add a pulse at the input of the first or the second divider we vary the phase $\varphi_1 - \varphi_2$ respectively with $\pm 2\pi/80$, and if the laser is servo-controlled the frequency will vary with $\pm \Delta\sigma/80$, which corresponds in our case to ± 7.5 MHz. So we can get a step-by-step frequency scanning with a good linearity depending only on electronic adjustments to suppress the cw part of the fringe signals which can be easily controlled on the visualization scope.

The sigmameter is presently used with the dye laser built in our laboratory and described earlier [1]. Fig. 3 shows the spot on the oscilloscope when the frequency of the servo-controlled dye laser is scanned over a 3 GHz range. On this picture one can appreciate the reproducibility of the spot location turn after turn.

Fig. 4 shows the hyperfine structure of the Na D_1 line recorded by scanning the frequency of our dye laser using the sigmameter; the scale, linear in wavenumber, is given directly from the apparatus.

Although absolute wavenumber measurements have not yet been done, if we know the indication of two or three of the interferometers for a given frequency, the apparatus has shown its capability to center the laser frequency on this predetermined value when it is lost inside the scanning range of the dye laser (≈ 20 GHz). Absolute measurements of wavenumber will be done in a near future.

It is a pleasure to acknowledge our many helpful discussions with Dr. S. Liberman.

References

[1] S. Liberman, J. Pinard, Appl. Phys. Letters 24 (1974) 142.

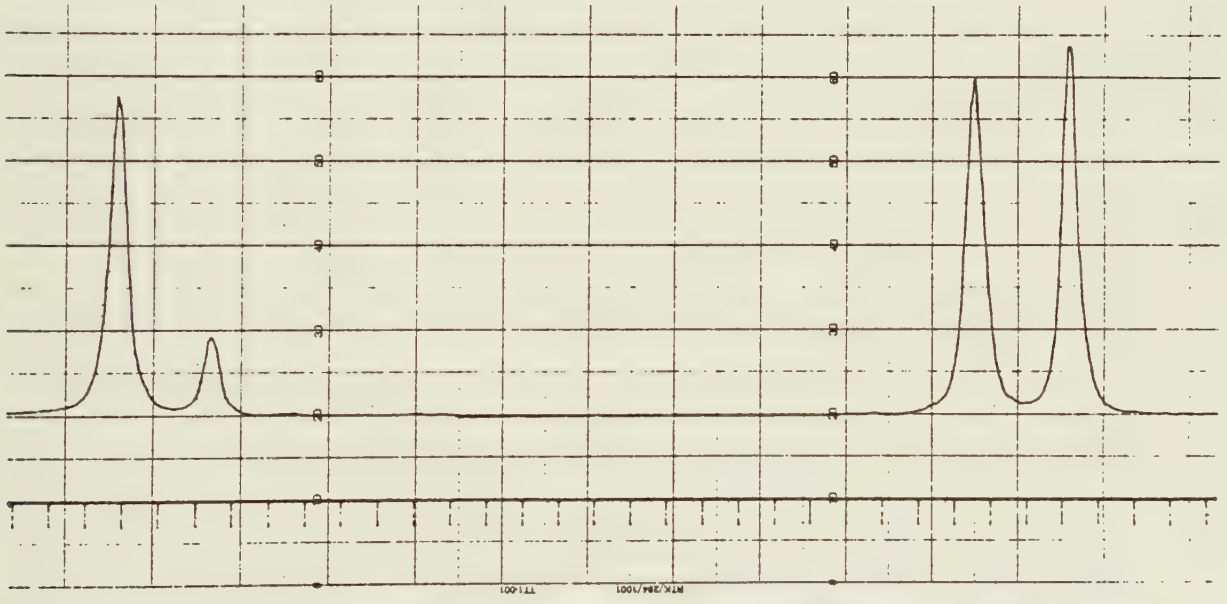


Fig. 4. Recording of the D_1 line structure of Na using the step-by-step scanning with 7.5 MHz per step. The scale is given by the pulses simultaneously recorded each 10 steps, the time constant of the recording system is such that we cannot distinguish each step on the trace.

Service de Reprographie
C.N.R.S.
Gif